Exercices d'entraînement – Corrigés

A vous de jouer !

AVDJ 1.

$5^3 = 5\times5\times5 = 125$; $(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$; $9^0 = 1$

$7\times7\times7\times7 = 7^4$; $(-6)\times(-6)\times(-6) = (-6)^3$; $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

AVDJ 2.

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{125}$; $9^{-1} = \frac{1}{9}$

$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)} = -\frac{1}{8}$; $\frac{1}{7\times7\times7\times7\times7} = \frac{1}{7^5} = 7^{-5}$

AVDJ 3.

- 7^{-5} est **positif** (***a* positif**)
- $(-9)^7$ est **négatif** (***n* impair, *a* négatif**)
- $(-7)^{-6}$ est **positif** (***n* pair**)

AVDJ 4.

$$\begin{aligned}2(5-4^2)+3\times2^3 &= 2(5-4\times4)+3\times2\times2\times2\\ &= 2(5-16)+24\\ &= 2\times(-11)+24\\ &= -22+24\\ &= 2\end{aligned}$$

AVDJ 5.

$10^7 = 1\underbrace{0000000}_{7\text{ zéros}}$; $10^{-5} = \underbrace{0,0000}_{5\text{ zéros}}1$

$1\underbrace{00\,000\,000}_{8\text{ zéros}} = 10^8$; $\underbrace{0,000000}_{7\text{ zéros}}1 = 10^{-7}$

AVDJ 6.

$10^5\times10^3 = 10^{5+3} = 10^8$; $10^{-8}\times10^5 = 10^{-8+5} = 10^{-3}$

$10^4\times10^{-2}\times10^{-1} = 10^{4-2-1} = 10^1 = 10$

$\frac{10^{-3}}{10^4} = 10^{-3-4} = 10^{-7}$; $(10^{-2})^3 = 10^{(-2)\times3} = 10^{-6}$

AVDJ 7.

$$\frac{3\times10^{-2}\times12\times10^{4}}{5\times10^{3}}=\frac{3\times12}{5}\times\frac{10^{-2}\times10^{4}}{10^{3}}=7,2\times10^{-2+4-3}=7,2\times10^{-1}=0,72$$

AVDJ 8.

$$\begin{aligned}32\times10^{-1}+2,043\times10^{2}&=32\times10^{-1}+2,043\times10^{3}\times10^{-1}\\&=32\times10^{-1}+2043\times10^{-1}\\&=(32+2043)\times10^{-1}\\&=2075\times10^{-1}\\&=207,5\end{aligned}$$

AVDJ 9.

$32\times10^{-1}+2,043\times10^{2}=3,2+204,3=207,5$

AVDJ 10.

- Encadrez les nombres écrits en écriture scientifique :

56×10^{2} $\boxed{-5\times10^{3}}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-2,25\times10^{-2}}$ $\boxed{-3\times10}$ $0,6\times10^{3}$ 50

- Écrire en notation scientifique :

$5645,6=5,6456\times10^{3}$ $0,025=2,5\times10^{-2}$ $-100,25=-1,0025\times10^{2}$

AVDJ 11.

$A=1562=1,562\times10^{3}$ $10^{3}<A<10^{4}$

$B=0,025=2,5\times10^{-2}$ $10^{-2}<B<10^{-1}$

$C=0,564=5,64\times10^{-1}$ $10^{-1}<C<10^{0}$ soit $10^{-1}<C<1$

AVDJ 12.

- L'ordre de grandeur de $A=1562$ est 10^{3}.
- L'ordre de grandeur de $B=0,025$ est 10^{-2}.
- L'ordre de grandeur de $C=0,564$ est 1.

AVDJ 13.

1 nm se lit un **nanomètre**.
Il s'agit d'une unité **sous-multiple** du mètre.
$1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}=0,000000001\text{ m}$

Le wattheure (Wh) est une unité d'énergie électrique.
1 MWh se lit un **mégawhatteure**.
Il s'agit d'une unité **multiple** du **wattheure.**
$1\text{ MWh}=10^{6}\text{ Wh}=1000000\text{ Wh}$

AVDJ 14.

$1\ \mu\text{m}=10^{-6}\text{ m}$ donc $1\text{ m}=10^{6}\ \mu\text{m}$

$1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}=10^{-9}\times10^{6}\ \mu\text{m}=10^{-3}\ \mu\text{m}$

$1\text{ kW}=10^{3}\text{ W}$ donc $1\text{ W}=10^{-3}\text{ kW}$

$1\text{ GW}=10^{9}\text{ W}=10^{9}\times10^{-3}\text{ kW}=10^{6}\text{ kW}$

AVDJ 15.

$a\geq-3$ est équivalent à $a+3\geq0$.
$a+5<3$ est équivalent à $a+5-3<0$ donc à : $a+2<0$.
$7<3-x$ est équivalent à $7+x-3<0$ donc à : $x+4<0$.

Si $y-x=-5$ alors $y-x\boxed{<}0$ donc $y\boxed{<}x$ soit $x\boxed{>}y$.

Si $x\boxed{<}y$ alors $-y\boxed{<}-x$ soit $-x\boxed{>}-y$.

AVDJ 16.

$\frac{9}{4}=2,25$; $\frac{263}{117}\approx 2,25$; $\frac{486}{216}=2,25$

AVDJ 17.

Troncature au dixième : on garde 1 chiffre après la virgule $\rightarrow \frac{37}{17}\approx 2,1$

Troncature au centième : on garde 2 chiffres après la virgule $\rightarrow \frac{37}{17}\approx 2,17$

Valeur arrondie au dixième : le chiffre des centièmes est 7 $\rightarrow \frac{37}{17}\approx 2,2$

Valeur arrondie au centième:le chiffre des millièmes est 6$\rightarrow \frac{37}{17}\approx 2,18$

AVDJ 18.

On a donc $56,725\leq x<56,735$

L'amplitude de cet encadrement est donc de 0,01.

AVDJ 19.

$32\leq x<48$. Si x est donné en m^2 l'amplitude de l'encadrement vaut 16 m^2.

AVDJ 20.

Si $a<4$ alors $a-7<4-7$ soit $a-7<-3$.

Si $b\geq 15$ alors $b+7\geq 15+7$ soit $b+7\geq 22$.

AVDJ 21.

- Si on multiplie une inégalité par 6, l'inégalité **ne change pas** de sens.
- Si on multiplie une inégalité par (−9), l'inégalité **change** de sens.
- Si on divise une inégalité par 6, l'inégalité **ne change pas** de sens.
- Si on divise une inégalité par (−9), l'inégalité **change** de sens.

AVDJ 22.

Si $a<4$ alors $3a\boxed{<}3\times 4$ soit $3a\boxed{<}12$

Si $a<4$ alors $-2a\boxed{>}(-2)\times 4$ soit $-2a\boxed{>}-8$

Si $a<4$ alors $\frac{a}{6}\boxed{<}\frac{4}{6}$ soit $\frac{a}{6}\boxed{<}\frac{2}{3}$

Si $a<4$ alors $-\frac{a}{6}\boxed{>}-\frac{4}{6}$ soit $-\frac{a}{6}\boxed{>}-\frac{2}{3}$

Si $0<a<4$ alors $\frac{1}{a}\boxed{>}\frac{1}{4}$

AVDJ 23.

Si $x\leq 6$ et $y\leq 9$ alors $x+y\leq 6+9$ soit $x+y\leq 15$

Si $a\geq 6$ et $b>9$ alors $ab\boxed{>}6\times 9$ soit $ab\boxed{>}54$

AVDJ 24.

f est une fonction définie par : $f(x)=3x+11$.

Dans $f(x)=3x+11$, x est la **variable**.

$f(3)=20$ peut se traduire par : **l'image** par *f* de 3 vaut **20**.

$f(-3)=3\times(-3)+11=-9+11=2$.

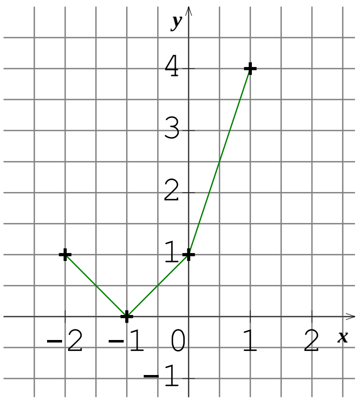
-3 a pour **image** 2.

AVDJ 25.

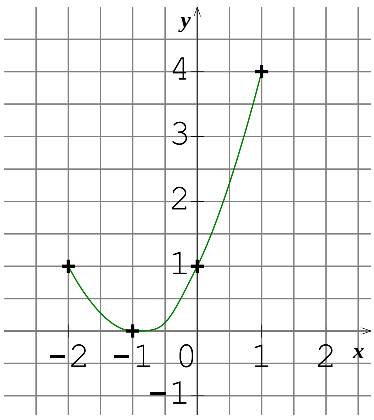
L'image de 17 est 13.

Les nombres ayant pour image 8 sont **10** et **13**.

AVDJ 26.



Graphique 1



Graphique 2

1) et *2)* Voir graphique.

3) Sur le graphique 1, on lit $f(0,5) \approx 2,5$

Sur le graphique 2, on lit $f(0,5) \approx 2,2$

4) $f(0,5) = 2 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 + 1 = 2,5$

La valeur lue sur le graphique **1** est donc plus proche de la valeur réelle.

AVDJ 27.

1) $f(-3) = 3 \times (-3)^2 + 2 = 3 \times 9 + 2 = 27 + 2 = 29$

L'**image** de -3 vaut donc **29**.

2) On doit entrer dans B2 la formule : « =**3***A2^2+**2** ».

On doit **copier** la formule précédente dans les cellules B3 à **B8**.

D16

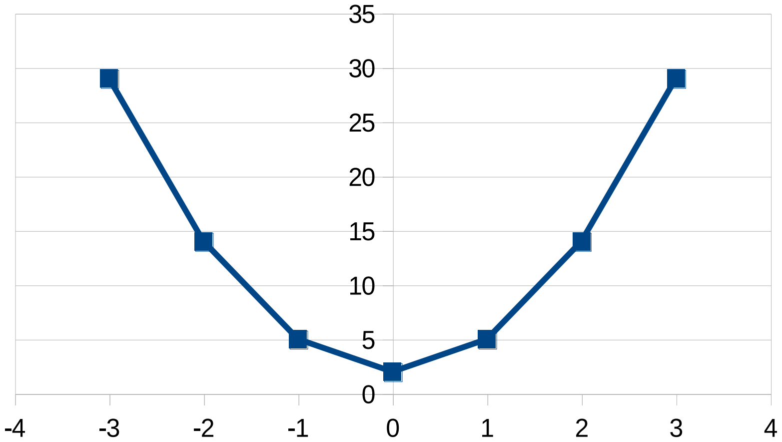
	A	B	C
1	x	f(x)	
2	-3	29	
3	-2	14	
4	-1	5	
5	0	2	
6	1	5	
7	2	14	
8	3	29	

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant la feuille « AVDJ27 » du fichier ci-contre.

AVDJ 28.

Pour cela il faut :

- ✓ Sélectionner la plage de donnée : A2:B8
- ✓ Insérer un diagramme et choisir comme type « **XY (dispersion)** ».



Vous pouvez regarder la solution en ouvrant la feuille « *AVDJ28* » du fichier ci-contre.

AVDJ 29.

Dans cet algorithme, on a déclaré la **variable** X.
Ligne 4 : on **affecte** la valeur **3** à la **variable** X. X contiendra donc le nombre **3**.
Ligne 5 : X contiendra le nombre **5** car $5\times(3-2)=5$
Lorsqu'on exécute l'algorithme, il s'affichera : « X vaut maintenant : 5 ».
Voilà le résultat dans Algobox.

```
***Algorithme lancé***
X vaut maintenant :   5
***Algorithme terminé***
```

Remarque : X (ligne 6) est du texte car il y a les guillemets " " . C'est « X » qui s'affiche. X (ligne 7) est la variable. C'est le nombre que contient X qui s'affiche.

Ouvrez le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 30.

Cet algorithme contient une structure **conditionnelle** qui commence ligne **6** et se termine ligne **13**.
Si on entre le nombre 3 (ligne 4), alors N contiendra à la ligne 5 le nombre -4.
Comme N contient un nombre **négatif,** le message affiché est : « **Le résultat est négatif** ».

AVDJ 31.

Ce programme contient une **boucle**. Le bloc d'instructions compris entre DEBUT_POUR et FIN_POUR s'exécutera **3** fois. Le nombre **d'itérations** est donc **3**. A chaque passage dans la boucle, la valeur de i va augmenter de **1.**
Avant d'entrer dans la boucle, la variable N a la valeur **60**.

N° de passage	i	Valeur de N entrée	Valeur de N sortie
1er passage	1	60	$60+2\times1=62$
2ème passage	2	**62**	$62+2\times2=66$
3ème passage	**3**	**66**	$66+2\times3=72$

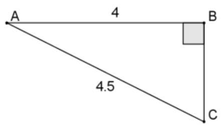
La valeur qu'affiche le programme est donc **72.**
Ouvrez le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 32.

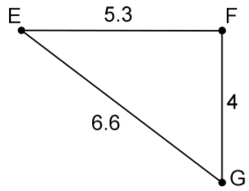
Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = BC^2 + AB^2$.

$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 4,5^2 - 4^2 = 4,25$ $\qquad BC = \sqrt{4,25}$ $\quad BC \approx 2,1$



AVDJ 33.



Le côté le plus long est [EG].

$EG^2 = 6,6^2 = 43,56$

$EF^2 + FG^2 = 5,3^2 + 4^2 = 28,09 + 16 = 44,09$

$EG^2 \neq EF^2 + FG^2$

D'après le théorème de **Pythagore (contraposée)** EFG **n'est pas** un triangle rectangle.

AVDJ 34.

1) ABC *est-il rectangle ?*

Le côté le plus long est [AC].

On calcule : $AC^2 = 5,8^2 = 33,64$

On calcule $AB^2 + BC^2 = 2,8^2 + 5^2 = 7,84 + 25 = 32,84$

$AB^2 + BC^2 \neq AC^2$

D'après **le théorème de Pythagore (contraposée)**, le triangle **n'est pas** rectangle.

2) DEF *est-il rectangle ?*

Le côté le plus long est [EF].

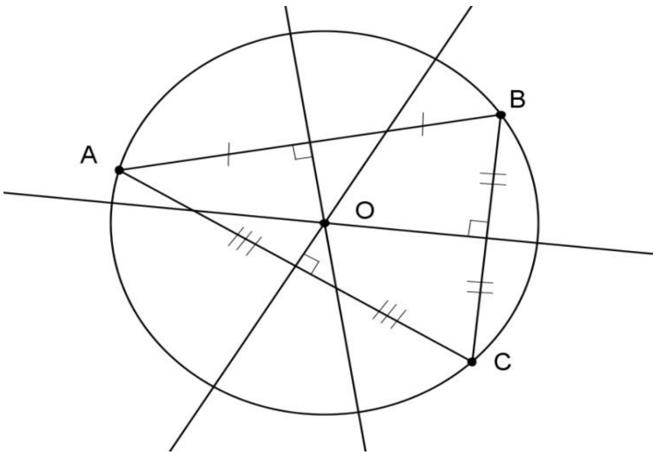
On calcule : $EF^2 = 6^2 = 36$

On calcule $DE^2 + DF^2 = 3,6^2 + 4,8^2 = 12,96 + 23,04 = 36$

$DE^2 + DF^2 = EF^2$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle **est** rectangle en **D.**

AVDJ 35.



AVDJ 36.

ABC est **rectangle** en A, donc son **hypoténuse** [BC] est un diamètre de son cercle **circonscrit**.

On peut appliquer le théorème de **Pythagore**.

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ $\qquad$ donc $BC = 5$

Le rayon du cercle **circonscrit** à ABC vaut donc **2,5**.

Exercices

1. Puissances

Exercice 1

1)

$2^4 = 2\times2\times2\times2 = 16 \quad ; \quad (-3)^3 = (-3)\times(-3)\times(-3) = -27$

$-(-5)^2 = -(-5)\times(-5) = -25 \quad ; \quad 2^{-2} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25 \quad ; \quad (3^2)^2 = (3\times3)^2 = 9^2 = 9\times9 = 81$

2)

$2^4 - 3^2 = 2\times2\times2\times2 - 3\times3 = 16 - 9 = 7$

$(-2)^3 + 10 - 4\times5^2 = (-2)\times(-2)\times(-2) + 10 - 4\times5\times5 = -8 + 10 - 100 = -98$

$2(5-3^2) - (-3)^2 = 2(5-3\times3) - (-3)\times(-3) = 2(5-9) - 9 = 2\times(-4) - 9 = -8 - 9 = -17$

Exercice 2

1)

$3^5\times3^4 = (3\times3\times3\times3\times3)\times(3\times3\times3\times3) = 3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3 = \boxed{3^9}$

$7^3\times7^2 = (7\times7\times7)\times(7\times7) = 7\times7\times7\times7\times7 = \boxed{7^5}$

$2^3\times2^{-4} = \dfrac{2^3}{2^4} = \dfrac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}}{2\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}} = \dfrac{1}{2} = \boxed{2^{-1}}$

$9^2\times3^5 = (3\times3)^2\times3^5 = (3\times3)\times(3\times3)\times(3\times3\times3\times3\times3) = 3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3 = \boxed{3^9}$

$4^2\times4^{-4}\times4^3 = \dfrac{4^2\times4^3}{4^4} = \dfrac{(4\times4)\times(4\times4\times4)}{4\times4\times4\times4} = \dfrac{4\times\cancel{4}\times\cancel{4}\times\cancel{4}\times\cancel{4}}{\cancel{4}\times\cancel{4}\times\cancel{4}\times\cancel{4}} = \boxed{4}$

$\dfrac{3^2\times3^3\times3^{-1}}{9} = \dfrac{\cancel{3^2}\times3^3}{\cancel{3^2}\times3} = \dfrac{3\times3\times\cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{3^2}$

2)

$3^4\times4^4 = 3\times3\times3\times3\times4\times4\times4\times4 = (3\times4)\times(3\times4)\times(3\times4)\times(3\times4) = (3\times4)^4 = \boxed{12^4}$

$(-7)^3\times2^3 = (-7)\times(-7)\times(-7)\times2\times2\times2 = (-7\times2)\times(-7\times2)\times(-7\times2) = (-7\times2)^3 = \boxed{(-14)^3}$

$81\times5^2 = 9\times9\times5\times5 = (9\times5)\times(9\times5) = (9\times5)^2 = \boxed{45^2}$

$5^3\times8 = 5\times5\times5\times2\times2\times2 = (5\times2)\times(5\times2)\times(5\times2) = (5\times2)^3 = \boxed{10^3}$

Exercice 3

$5\times5^{\boxed{3}} = 5^4 \quad ; \quad 5^{\boxed{7}}\times5^{-3} = 5^4 \quad ; \quad \dfrac{4^4}{4^5} = 4^{\boxed{-1}} \quad ; \quad \dfrac{5^4}{5^{\boxed{2}}} = 5^2 \quad ; \quad \dfrac{6^{\boxed{5}}}{6^2} = 6^3$

Exercice 4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2\times2}{3\times3}=\boxed{\frac{4}{9}} \quad ; \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^3=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{3\times3\times3}{2\times2\times2}=\boxed{-\frac{27}{8}}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2\times2\times2\times2}=\boxed{\frac{1}{16}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{3}{5}}=\boxed{\frac{5}{3}} \quad ; \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{4}{3}\right)}=\frac{1}{\frac{4\times4}{3\times3}}=\frac{1}{\frac{16}{9}}=\boxed{\frac{9}{16}}$$

Exercice 5

$$\frac{3^8\times2^2}{2^4\times3^2}=\frac{3\times3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times\cancel{2}\times2\times2\times\cancel{3}\times\cancel{3}}=\frac{3^6}{2^2}=\boxed{2^{-2}\times3^6}$$

$$\frac{9\times2^5}{8\times3^5}=\frac{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times2\times2}{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times3\times3\times3}=\frac{2^2}{3^3}=\boxed{2^2\times3^{-3}}$$

$$\frac{3^5\times2^{-3}}{3^4\times2^5}=\frac{3^5}{3^4\times2^5\times2^3}=\frac{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times3}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}=\frac{3}{2^8}=\boxed{2^{-8}\times3}$$

Exercice 6

$10^{-2}=0{,}01$; $(-10)^2=100$ $\quad$ $10^4=10\,000$; $(-100)^3=-1\,000\,000$

Exercice 7

1) $0{,}001=10^{-3}$; $10000=10^4$; $-1000=-10^3$; $0{,}0001=10^{-4}$

2) $10^2\times10^5=10^7$; $10^3\times10^{-4}=10^{-1}$; $100\times10^{-5}=10^{-3}$; $10\times0{,}0001\times10^{-4}=10\times10^{-4}\times10^{-4}=10^{-7}$;
$(10^{-2})^3=10^{-6}$; $(10^{-4})^{-3}=10^{12}$

Exercice 8

$$A=\frac{180\times10^3}{9\times10^{-1}}=\frac{180}{9}\times\frac{10^3}{10^{-1}}=20\times10^{3-(-1)}=20\times10^4=\boxed{200\,000}$$

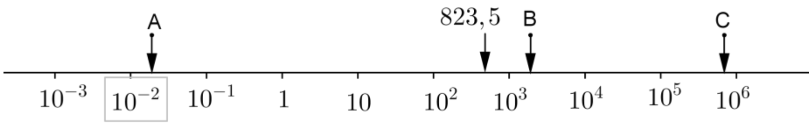
$$B=\frac{15\times10^{-2}\times8\times10^5}{5\times10^6}=\frac{15\times8}{5}\times\frac{10^{-2}\times10^5}{10^6}=\frac{3\times\cancel{5}\times8}{\cancel{5}}\times\frac{10^{5-2}}{10^6}=24\times\frac{10^3}{10^6}=24\times10^{3-6}=24\times10^{-3}=\boxed{0{,}024}$$

$$C=\frac{1{,}2\times10^2}{1{,}5\times10^{-1}}=\frac{1{,}2}{1{,}5}\times\frac{10^2}{10^{-1}}=\frac{12}{15}\times10^{2-(-1)}=0{,}8\times10^3=\boxed{800}$$

$$D=\frac{18\times10^{-1}+2{,}4\times10^2}{3\times10^{-1}}=\frac{18\times10^{-1}+2{,}4\times10^3\times10^{-1}}{3\times10^{-1}}=\frac{(18+2400)\times10^{-1}}{3\times10^{-1}}=\frac{2418\times\cancel{10^{-1}}}{3\times\cancel{10^{-1}}}=\boxed{806}$$

Exercice 9

	Écriture scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
$823,5$	$8,235\times10^2$	$10^2<823,5<10^3$	10^3
$A=0,0235$	$2,35\times10^{-2}$	$10^{-2}<0,0235<10^{-1}$	10^{-2}
$B=2036$	$2,036\times10^3$	$10^3<2036<10^4$	10^3
$C=854\times10^3$	$8,54\times10^5$	$10^5<854\times10^3<10^6$	10^6



Remarque : les distances sur l'échelle des grandeurs ne sont pas proportionnelles aux distances réelles !

Exercice 10

$A=5\times10^3\times16\times10^{-1}=5\times16\times10^3\times10^{-1}=80\times10^2=\boxed{8\times10^3}$

$B=\dfrac{15\times10^{-2}\times4\times10^4}{0,5\times10^{-1}}=\dfrac{15\times4}{0,5}\times\dfrac{10^{-2}\times10^4}{10^{-1}}=120\times\dfrac{10^2}{10^{-1}}=120\times10^3=\boxed{1,2\times10^5}$

$C=51\times10^{-2}+21\times10^2=0,51+2100=2100,51=\boxed{2,10051\times10^3}$

Exercice 11

symbole	nom	Exemple de conversion
1 µg	**1 microgramme**	$10^{-6}\times10^{-3}=10^{-9}$ kg
1 MW	1 mégawatt	$10^6\times10^{-9}=10^{-3}$ GW
1 nm	**1 nanomètre**	$10^{-9}\times10^2=10^{-7}$ cm

Exercice 12

$9\text{kHz}=9\times10^3\text{Hz}$; $300\text{ GHz}=3\times10^2\times10^9\text{Hz}=3\times10^{11}\text{Hz}$

Exercice 13

1) $1\text{ Mo}=10^6\text{ o}=8\times10^6\text{ bits}$
2) $120\text{ Go}=120\times10^6\text{ ko}$

$\dfrac{120\times10^6}{250}=480\,000$

Un disque dur de 120 Go peut contenir 480 000 fichiers faisant 250 ko.

2. Inégalités

Exercice 14

$-10^2<10^{-2}$; $32\times10^{-1}=3,2$; $32\times10^{-1}>3$; $-17=-\dfrac{51}{3}$; $-\dfrac{52}{3}<-17$

Exercice 15

1) $x-y=-2$ donc $x<y$
2) $y-x>2$ donc $x<y$
3) $x-y\geq0$ donc $x\geq y$

Exercice 16

1) Il y a plus de 450 élèves : $x > 450$
2) Il y a au plus 960 élèves. $x \leq 960$

Exercice 17

	$\frac{8}{17} \approx 0,47059$	$\frac{39}{14} \approx 2,78571$	$\frac{111}{28} \approx 3,96429$
Troncature au dixième	0,4	2,7	3,9
Troncature au centième	0,47	2,78	3,96
Arrondi au dixième	0,5	2,8	4,0
Arrondi au centième	0,47	2,79	3,96

Exercice 18

1) La troncature de x au centième est 3,54. $3,54 \leq x < 3,55$
2) L'arrondi de x au centième est 0,65. $0,645 \leq x < 0,655$
3) L'arrondi de x au dixième est : 4,0. $3,95 \leq x < 4,05$

Exercice 19

1) La troncature de x au dixième est 2,3. $2,3 \leq x < 2,4$
2) L'arrondi de x au dixième est 2,4. $2,35 \leq x < 2,45$

   Donc $\boxed{2,35 \leq x < 2,4}$

Exercice 20

1) $a-6$ est **inférieur** à **0**.
2) $a+4$ est **inférieur** à **10**.
3) $3a$ est **inférieur** à **18**.
4) $5a-10$ est **inférieur** à **20**.
5) $4-5a$ est **supérieur** à **−26**.

Détail des calculs :

1) $a-6$: $a < 6$ $\quad a-6 < 6-6 \quad \boxed{a-6<0}$
2) $a+4$: $a < 6$ $\quad a+4 < 6+4 \quad \boxed{a+4<10}$
3) $3a$: $a < 6$ $\quad 3a < 3\times 6 \quad \boxed{3a<18}$
4) $5a-10$: $a < 6$ $\quad 5a < 5\times 6 \quad 5a < 30 \quad 5a-10 < 30-10 \quad \boxed{5a-10<20}$
5) $4-5a$: $a < 6$ $\quad -5a > -5\times 6 \quad -5a > -30 \quad 4-5a > 4-30 \quad \boxed{4-5a>-26}$

Exercice 21

1)

$6 \leq x \leq 8$ donc en ajoutant y à chaque membre $\quad 6+y \leq x+y \leq 8+y$

$1 \leq y$ donc en ajoutant 6 à chaque membre $\quad 6+1 \leq 6+y \quad 7 \leq 6+y$

$y \leq 3$ donc en ajoutant 8 à chaque membre $\quad 8+y \leq 8+3 \quad 8+y \leq 11$

On en déduit : $7 \leq 6+y \leq x+y \leq 8+y \leq 11$ d'où $\boxed{7 \leq x+y \leq 11}$

Sur cet exemple, on voit qu'on a additionné « membre à membre » deux encadrements :

$$\begin{array}{c} 6 \leq x \leq 8 \\ 1 \leq y \leq 3 \\ \hline 6+1 \leq x+y \leq 8+3 \\ 7 \leq x+y \leq 11 \end{array}$$

On utilisera cette addition membre à membre par la suite.

2)

$$\begin{array}{l} 6 \le x \le 8 \\ 3\times 1 \le 3y \le 3\times 3 \\ \hline 6+3 \le x+3y \le 8+9 \end{array} \qquad \boxed{9 \le x+3y \le 17}$$

3)

$$\begin{array}{l} 6 \le x \le 8 \\ -3 \le -y \le -1 \\ \hline 6-3 \le x-y \le 8-1 \end{array} \qquad \boxed{3 \le x-y \le 7}$$

4)

$1 \le y \le 3$ donc $\frac{1}{3} \le \frac{1}{y} \le \frac{1}{1}$ soit $\frac{1}{3} \le \frac{1}{y} \le 1$

$\frac{1}{3} \le \frac{1}{y} \le 1$ donc en multipliant chaque membre par x qui est positif $\frac{x}{3} \le \frac{x}{y} \le x$

$6 \le x$ donc en divisant chaque membre par 3 qui est positif $\frac{6}{3} \le \frac{x}{3}$ soit $2 \le \frac{x}{3}$

on sait églement que $x \le 8$

On en déduit : $2 \le \frac{x}{3} \le \frac{x}{y} \le x \le 8$ d'où $\boxed{2 \le \frac{x}{y} \le 8}$

Sur cet exemple, on voit qu'on a multiplié « membre à membre » deux encadrements ne comprenant que des nombres positifs :

$$\begin{array}{c} 6 \le x \le 8 \\ \frac{1}{3} \le \frac{1}{y} \le 1 \\ \hline 6\times\frac{1}{3} \le x\times\frac{1}{y} \le 8\times 1 \\ 2 \le \frac{x}{y} \le 8 \end{array}$$

On utilisera cette multiplication membre à membre par la suite.

Exercice 22

1) Si c est la longueur du côté du carré :

$Périmètre = 4\times c$

$4{,}2 \le c \le 4{,}3$ alors

$4\times 4{,}2 \le 4c \le 4\times 4{,}3$

$16{,}8 \le 4c \le 17{,}2$

→ **Le périmètre est compris entre 16,8 m et 17,2 m.**

2) On multiplie membre à membre la double inégalité $a \le x \le b$ par elle-même :

$$\begin{array}{c} a \le x \le b \\ a \le x \le b \\ \hline a\times a \le x\times x \le b\times b \\ a^2 \le x^2 \le b^2 \end{array}$$

Si c est la longueur du côté du carré :

$Aire = c^2$

$4{,}2 \le c \le 4{,}3$

$4{,}2^2 \le c^2 \le 4{,}3^2$

$17{,}64 \le c^2 \le 18{,}49$

→ **L'aire est comprise entre 17,64 m² et 18,49 m².**

Exercice 23

Soit x le prix d'un livre. On a :

$25 \leq 5x \leq 28$

$\frac{25}{5} \leq x \leq \frac{28}{5}$ → **Un livre coûte entre 5€ et 5,60€.**

$5 \leq x \leq 5{,}6$

Exercice 24

1)

a) La valeur de π arrondie au centième est 3,14.

$P = 2 \times 3{,}14 \times 16 = 100{,}48$

Le périmètre ainsi calculé est bien 100,48 cm.

b) On peut encadrer π par : $3{,}135 < \pi < 3{,}145$

Le périmètre P peut être encadré par :

$32 \times 3{,}135 \leq P < 32 \times 3{,}145$

$100{,}32 \leq P < 100{,}64$

On ne peut donc pas affirmer que la valeur trouvée en a) est une valeur approchée au centième de P.

En effet, on ne peut pas donner un arrondi ou une troncature de P au centième ou au dixième à partir de son encadrement car l'amplitude de l'encadrement est supérieure au dixième. Les décimales du résultat de la question a ne sont pas significatives. On peut en revanche donner une troncature de P à l'unité : $P \approx 100\text{cm}$

2) En utilisant la valeur de π sur une calculatrice, on obtient : $P = 2\pi \times 16 \approx 100{,}50309649 \text{ cm}$.

La valeur de P arrondie au centième est : $P \approx 100{,}50 \text{ cm}$

3) **La valeur trouvée à la question 1 n'était donc pas l'arrondi de P au centième ! Les décimales n'étaient pas significatives.**

Si on arrondit trop au début d'un calcul, on risque de multiplier les erreurs d'arrondi. Il faut donc garder des valeurs plus précises jusqu'à l'arrondi final.

Attention ! Il ne faut donner que des décimales dont on est certain !

3. Fonctions

Exercice 25

$f(x) = x^2 + 2x$

Exercice 26

On réécrit g en utilisant la variable x. $g(x) = 5x(x+2)$ donc $g(x) = 5x \times x + 5x \times 2 = 5x^2 + 10x = f(x)$

Les fonctions f et g sont donc égales.

Exercice 27

1) On considère la fonction f qui à tout nombre x associe $f(x) = 2x^2 - x + 1$.

$f(0) = 2 \times 0^2 - 0 + 1 = 1$

$f(5) = 2 \times 5^2 - 5 + 1 = 2 \times 25 - 5 + 1 = 46$

$f(-3) = 2 \times (-3)^2 - (-3) + 1 = 2 \times 9 + 3 + 1 = 22$

2) On considère la fonction g qui à tout nombre x associe $g(x)=(x-5)(3-2x)$.

$g(0)=(0-5)(3-2\times 0)=(-5)\times 3=-15$

$g(5)=(5-5)(3-2\times 5)=0$

$g(-3)=(-3-5)(3-2\times(-3))=(-8)(3+6)=-72$

Exercice 28

1) $f(-3)\approx 1,3$ $\quad f(0)=-1$ $\quad f(3)\approx 0,7$

2) Les nombres dont l'image par f est 1 sont : -6 ; -2,7 ; 4.

Exercice 29

1) On lit $f(2)=4$.

2) $g(-2)=2\times(-2)^2+4\times(-2)-6=2\times 4-8-6=-6$.

3) L'image par la fonction f de -2 est -16.

4) B2 : "=5*B1-6" ; B3 : "=2*B1^2+4*B1-6"

5) Pour 0, les formules donnent la même valeur -6.

Donc 0 est une solution de l'équation : $2x^2+4x-6=5x-6$

4. Algorithmes

Exercice 30

1) Le programme contient une structure conditionnelle, mais pas de boucle.

2) X prend la valeur 5 donc la variable F prend la valeur 22 ($F=3\times 5+7=22$).
Comme F≥20, **GAGNE !!! s'affiche**.

3) **PERDU ! s'affiche si et seulement si F<20. On résout** $3\times X+7<20$

$3X+7<20$

$3X<13$ **Donc X peut prendre les valeurs 0 ; 1 ; 2, 3 ; 4.**

$X<\frac{13}{3}$

Ouvrez le fichier accessible ci-contre.

Exercice 31

1) **Le programme passe 6 fois dans la boucle**.

2)

N° de passage	N	i	S entrée	S sortie
1er passage	6	1	0	0+1=1
2ème passage	6	2	1	1+2=3
3ème passage	6	3	3	3+3=6
4ème passage	6	4	6	6+4=10
5ème passage	6	5	10	10+5=15
6ème passage	6	6	15	15+6=21

On trouve bien 21.

Exercice 32

1)

Code de l'algorithme

```
VARIABLES
  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
  X EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  POUR X ALLANT_DE 0 A 6
    DEBUT_POUR
    Y PREND_LA_VALEUR pow(X,2)+3*X
    AFFICHER Y
    AFFICHER "-"
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
0-4-10-18-28-40-54-
***Algorithme terminé***
```

Ouvrez le fichier accessible ci-dessous.

2)

Code de l'algorithme

```
VARIABLES
  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
  X EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  POUR X ALLANT_DE 0 A 6
    DEBUT_POUR
    Y PREND_LA_VALEUR pow(X,2)+3*X
    AFFICHER "f("
    AFFICHER X
    AFFICHER ")= "
    AFFICHER Y
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
f(0)= 0
f(1)= 4
f(2)= 10
f(3)= 18
f(4)= 28
f(5)= 40
f(6)= 54
```

Ouvrez le fichier accessible ci-contre.

Exercice 33

1) Cet algorithme donne le nombre de lettres d'un mot entré par l'utilisateur.

2) Si on entre le mot Babar3023, l'algorithme affiche : **Babar3023 est composé de 9 lettres**.

```
***Algorithme lancé***
Entrer mot : Babar3023
Babar3023 est composé de  9  lettres.
***Algorithme terminé***
```

Ouvrez le fichier accessible ci-contre.

5. Théorème de Pythagore

Exercice 34

Le triangle BEC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore on a donc : $EC^2 = BE^2 + BC^2$

	BE	BC	EC	Calculs
A	8 cm	6 cm	**10 cm**	$EC^2 = BE^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ $EC = \sqrt{100} = 10$
B	45 m	**60 m**	75 m	$BC^2 = EC^2 - BE^2 = 75^2 - 45^2 = 5625 - 2025 = 3600$ $BC = \sqrt{3600} = 60$
C	**105 mm**	140 mm	175mm	$BE^2 = EC^2 - BC^2 = 175^2 - 140^2 = 30625 - 19600 = 11025$ $BE = \sqrt{11025} = 105$

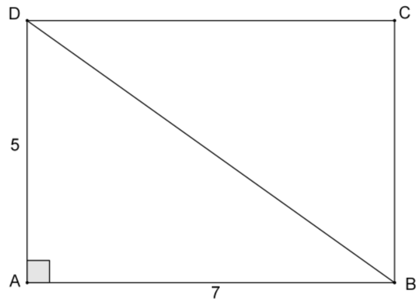
Exercice 35

Le triangle ABD est rectangle en A. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore.

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$BD = \sqrt{74}$

La valeur arrondie au millimètre de BD est 8,6 cm.



Remarque : une valeur arrondie au millimètre ne signifie pas que l'on doive donner la réponse en millimètres. Il ne faut pas confondre précision de l'arrondi et unité. Comme l'unité est le centimètre, un arrondi au millimètre revient à garder un chiffre après la virgule.

Exercice 36

1) AB=6 ; AC=4 ; BC=2

Le côté le plus long est AB.

On calcule : $AB^2 = 6^2 = 36$

On calcule $AC^2 + BC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$AB^2 \neq AC^2 + BC^2$

D'après le théorème de Pythagore (contraposée), le triangle n'est pas rectangle.

2) AB=17,5 ; AC=10,5 ; BC=14

Le côté le plus long est AB.

On calcule : $AB^2 = 17{,}5^2 = 306{,}25$

On calcule $AC^2 + BC^2 = 10{,}5^2 + 14^2 = 110{,}25 + 196 = 306{,}25$

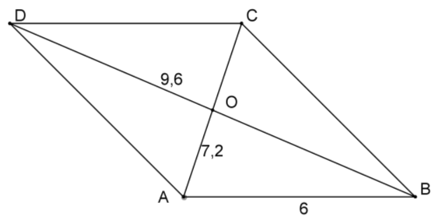
$AB^2 = AC^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en C.

Exercice 37

Rappel : un parallélogramme est un losange si et seulement si ses diagonales sont perpendiculaires.

On appelle O est le milieu de [AC].
ABCD est un losange si AOB est un triangle rectangle en O.



Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, on a :
AO=3,6 et BO=4,8.

On calcule : $AB^2 = 6^2 = 36$

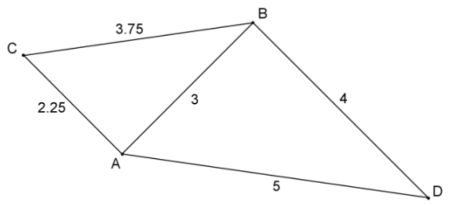
On calcule : $AO^2 + BO^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$

$AO^2 + BO^2 = AB^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AOB est rectangle en O.
ABCD est donc un losange.

Exercice 38

On va montrer que les triangles ABC et ABD sont des triangles rectangles.



Triangle ABC :

Le côté le plus long est BC.

On calcule : $BC^2 = 3,75^2 = 14,0625$

On calcule $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625$

$CB^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Triangle ABD :

Le côté le plus long est AD.

On calcule : $AD^2 = 5^2 = 25$

On calcule $AB^2 + BD^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

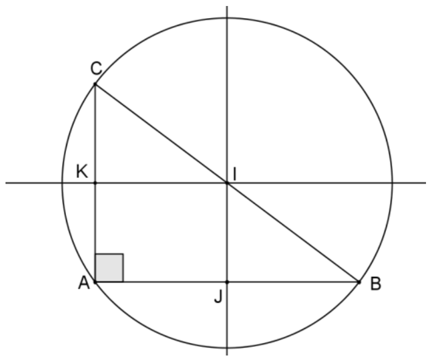
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en B.

Les droites (AB) et (AC) sont donc perpendiculaires ainsi que les droites (AB) et (BD).
(AC) et (BD) étant perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles.

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

Exercice 39

1) (IJ) passe par le milieu de [AB]. Elle passe par I milieu de [BC]. D'après la propriété de la droite des milieux, elle est donc parallèle à (AC). Comme (AC) est perpendiculaire à (AB), d'après la propriété :
« si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre », (IJ) est perpendiculaire à (AB).
(IJ) est la médiatrice relative à [AB].
Un raisonnement similaire permet de conclure que :
(IK) est la médiatrice relative à [AC].



2) I est le point d'intersection de deux médiatrices de ABC.
I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

3) I est le milieu de [BC] et B, et C sont deux points du cercle circonscrit.
[BC] est un diamètre du cercle circonscrit.

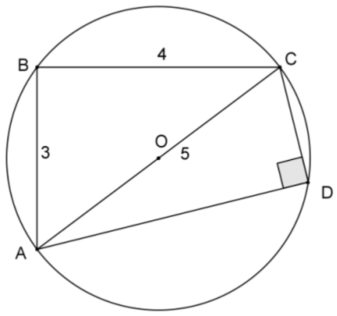
4) Comme A, B et C appartiennent au cercle de centre I et de rayon IB, on a : **AI=IB=IC**

5) Conclusions :

- ✓ **Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle admet pour diamètre son hypoténuse**.
- ✓ **La médiane a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse**.

Exercice 40

On appelle O le milieu de [AC].
Le triangle ACD est rectangle en D.
A, C et D appartiennent au cercle de centre O de rayon OC.
On va montrer que ABC est également un triangle rectangle.
Le côté le plus long est AC.
On calcule : $AC^2 = 5^2 = 25$
On calcule $AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle B.
A, B et C appartiennent donc au cercle de centre O et de rayon OC.



Les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O de rayon OC.

Exercice 41

AB=8 ; AC=10 ; BC=6
On va montrer que ABC est un triangle rectangle.
Le côté le plus long est AC.
On calcule : $AC^2 = 10^2 = 100$
On calcule $AB^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle B.

BI est donc la longueur de la médiane issue de B. Elle vaut donc la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
Soit BI=5cm.