Exercices d'entraînement – Corrigés

A vous de jouer !

AVDJ 1.

On suppose que la position initiale du scarabée est $(100;-50)$.

1) Pour lancer le déplacement du scarabée, on utilise **l'événement** : « quand **d** est cliqué »
2) Le scarabée se déplace selon l'axe des abscisses s'il est orienté dans la direction **90**° ou **-90**°
3) Le scarabée se déplace selon l'axe des ordonnées s'il est orienté dans la direction **0**° ou **180**°
4) L'abscisse finale vaut : $100+50-300=150-300=-150$
5) L'ordonnée finale vaut : $-50+120-100=120-150=-30$
6) À la fin du programme, le scarabée se retrouve donc en $(-150;-30)$

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 2.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

Pour exécuter l'algorithme, il faut **cliquer sur le drapeau vert**.
La réponse à la question est stockée dans la variable **réponse**.
On a entré Louise.
On a également défini la variable **phrase** qui est de type texte.
Dans cette variable, on va concaténer « Je suis le chat de » et **réponse.**
La bulle va afficher : « **Je suis le chat de Louise**. ».
On veut ajouter un « ! » à la fin.
On va insérer la brique :

On va insérer cette brique après la brique : **mettre phrase à regroupe Je suis le chat de réponse.**

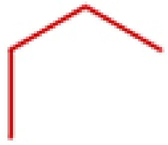
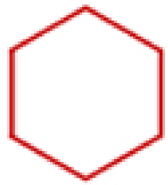
AVDJ 3.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.
N1 et N2 sont des **variables**.
On affecte à N1 un nombre **aléatoire** compris entre **1** et **10**.
On affecte à N2 un nombre **aléatoire** compris entre **1** et **10**.
Le nombre aléatoire contenu dans N1 vaut 5 et le nombre aléatoire contenu dans N2 vaut 6.
Le texte affiché par le lutin dans l'instruction *demander… et attendre* est : **5x6**
L'utilisateur entre 36.
Que dit le lutin ? **C'est complètement faux !!!!!**
Que fait ce programme ? Le lutin demande le résultat d'une multi de 2 nombres choisis de manière **aléatoire**. Si on donne le bon résultat, il dit « **Bravo** !!! », sinon il dit « C'est complètement faux !!! »

AVDJ 4.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

Cet algorithme contient une **boucle** dont le nombre **d'itérations** vaut 6.

3 itérations	6 itérations
	

Le nombre d'itérations est remis à 6. Le programme permet alors de tracer un **hexagone** régulier.

AVDJ 5.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

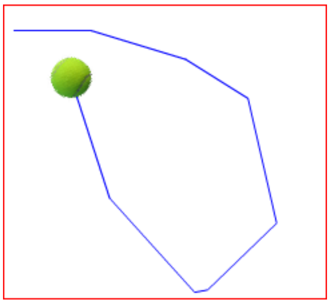
Ce programme contient une boucle avec une sortie **conditionnelle**.

On teste la valeur de la variable **longueur**.

À chaque fois qu'on entre dans la boucle, le lutin avance d'un nombre **aléatoire** de pas compris entre **10** et **50**, puis tourne d'un angle **aléatoire** compris entre **-90°** et **90°**.

On sort de la boucle quand la **longueur parcourue** est supérieure à **500**.

Voilà, ci-contre, un exemple de parcours.

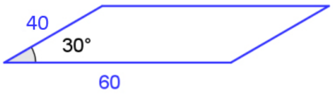


AVDJ 6.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

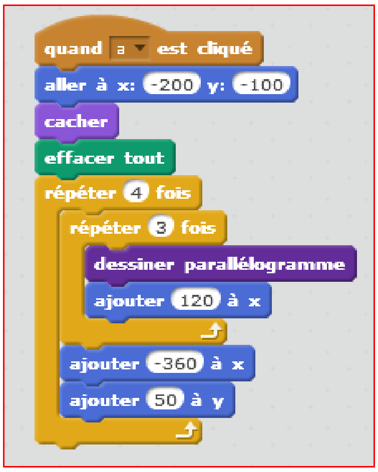
1) **Dessiner parallélogramme** est un **bloc** qui permet de dessiner un **parallélogramme**.

Donner les mesures manquantes :



Quand on clique p, on va tracer **3** parallélogrammes. À chaque passage dans la boucle, le parallélogramme est décalé de **120** pas (on dit qu'on a effectué une translation de 120 pas).

2)



AVDJ 7.

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

Quand on clique sur le drapeau vert :

Le chat demande « **Quelle est la couleur de la balle ?** »

La balle est de couleur **jaune** (costume ball-**a**).

Si on répond jaune,

Le chat dit « Gagné ! » et envoie le **message** Gagné.

Quand la balle reçoit le message, elle avance de **100** pas et devient **verte** (costume ball-**d**).

AVDJ 8.

La population : **les élèves**

Caractère : **note obtenue**

Série statistique : **suite des 6 notes**

AVDJ 9.

1) L'effectif total vaut **8**.

2) On regroupe en classes : de 0 à 5 exclus, de 5 à 10 exclus, de 10 à 15 exclus, plus de 15).

Compléter :

Note N	$0 \le N < 5$	$5 \le N < 10$	$10 \le N < 15$	$15 \le N \le 20$	Total
Effectif	1	2	2	3	8
Fréquence	0,125	0,25	0,25	0,375	1

3) L'amplitude des classes vaut **5**.

AVDJ 10.

L'effectif total vaut **8**.

La moyenne vaut : $m = \dfrac{6+4+4+6+5+5+4+8}{8} = \dfrac{42}{8} = 5{,}25$

AVDJ 11.

Note	4	5	6	8	Total
Effectif	3	2	2	1	**8**

$$m = \frac{4\times3+5\times2+6\times2+8\times1}{8} = \frac{12+10+12+8}{8} = \frac{42}{8} = 5{,}25$$

AVDJ 12.

1) Calcul de la moyenne :

$$m = \frac{18+15+4+16+12+12+9+8}{8} = \frac{94}{8} = 11{,}75$$

2) Calcul de la moyenne pondérée après regroupement en classes :

Note N	$0 \le N < 5$	$5 \le N < 10$	$10 \le N < 15$	$15 \le N \le 20$	**Total**
Effectif	1	2	2	3	8
Valeur centrale	2,5	7,5	12,5	17,5	

$$m = \frac{1\times2{,}5+2\times7{,}5+2\times12{,}5+3\times17{,}5}{8} = \frac{95}{8} = 11{,}875$$

AVDJ 13.

La plus petite valeur est **2**. La plus grande valeur est **10**.
$10-2=8$ → **L'étendue** de la série est donc **8**.

AVDJ 14.

1) Détermination de la médiane de la série statistique : 4-6-10-6-8-9-7-3-2
On classe les valeurs par ordre **croissant** : 2-3-4-6-6-7-8-9-10
L'effectif total vaut **9** qui est un nombre **impair**. $9=2\times4+1$.
La médiane est donc la **5**$^{\text{ème}}$ donnée de la série donc **6**.

2)

Note	4	5	6	8	Total
Effectif	4	2	3	1	**10**

L'effectif total vaut **10** qui est un nombre **pair**. $10=2\times5$.
La médiane est donc la moyenne de la **5**$^{\text{ème}}$ donnée et de la **6**$^{\text{ème}}$ valeur.
La 5$^{\text{ème}}$ donnée est **5**. La 6$^{\text{ème}}$ donnée est **5**. La médiane vaut donc 5.

AVDJ 15.

1) Détermination des quartiles de la série statistique : 4-6-10-6-8-9-7-3-2
On classe les valeurs par ordre croissant : 2-3-4-6-6-7-8-9-10
L'effectif total vaut 9 .

Premier quartile : $\frac{9}{4}=2{,}25$. Q1 vaut la **3**$^{\text{ième}}$ donnée soit **4**.

Troisième quartile : $\frac{3\times9}{4}=6{,}75$. Q3 vaut la **7**$^{\text{ème}}$ donnée soit **8**.

2)

Note	4	5	6	8	Total
Effectif	4	2	3	1	**10**

L'effectif total vaut **10**.

Premier quartile : $\frac{10}{4}=2{,}5$. Q1 vaut la **3**$^{\text{ième}}$ donnée soit **4**.

Troisième quartile : $\frac{3\times10}{4}=7{,}5$. Q3 vaut la **8**$^{\text{ième}}$ donnée soit **6**.

3) Une série statistique dont les valeurs sont comprises entre 5 et 50 a pour médiane $Me=35$, pour premier quartile $Q1=10$ et troisième quartile $Q3=40$.
On peut dire que :

- environ **25**% des données sont comprises entre 5 et 10.
- environ **75**% des données sont comprises entre 5 et 40.
- environ **25**% des données sont comprises entre 10 et 35.
- environ **50**% des données sont comprises entre 10 et 40.

AVDJ 16.

Ouvrez le fichier téléchargeable ci-contre et positionnez-vous sur la feuille « Corrigé AVDJ16 ». Vous pouvez également regarder la vidéo accessible en suivant l'autre QR code ci-contre.

B6 | =SOMME(B5:G5)/H2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	valeurs	3	4	5	6	8	10	Total
2	effectifs	2	10	12	4	5	7	40
3	fréquences	5%	25%	30%	10%	13%	18%	100%
4								
5	Valeurs*Effectif	6	40	60	24	40	70	
6	Moyenne	6						

Calcul de l'effectif total

- Pour calculer l'effectif total, il faut **additionner** les effectifs des valeurs.
- On pourrait taper dans la cellule H2 la formule : « $=B2+C2+D2+E2+F2+G2$ »
- Nous allons utiliser une autre formule : taper : « =SOMME(B2:G2) »
- Cela signifie qu'en H2, on aura la somme des cellules de B2 à G2 (le « : » signifie *de* **B2** *à* **G2**).
- La valeur de H2 vaut alors **40**.

Calcul des fréquences

- Les fréquences devant être en pourcentages, on va formater les cellules de B3 à H3.
  - ✓ Sélectionner les cellules B3 à G3.
  - ✓ Clic droit>*Formater les cellules*
  - ✓ Aller dans l'onglet nombre puis choisir pourcentages.
- Pour calculer la fréquence d'une valeur, il faut faire le quotient de **l'effectif** de cette valeur par **l'effectif total**.
- On doit donc taper dans la cellule B3 la formule : « $=B2/H2$ ».
- Faire la même chose pour les cellules C3 à H3.

Détermination de la moyenne

- Dans la colonne B5, on a entré la formule « $=B1*B2$ ». Recopier la formule vers la droite jusqu'à G5.
- Pour avoir la moyenne, on entre dans la cellule B6 la formule : « $=\text{SOMME}(B5:G5)/H2$ ».

AVDJ 17.

Il s'agit d'une expérience **aléatoire**.
Il y a **6** issues : **jaune, rouge, bleu, vert, orange, violet**.

AVDJ 18.

On lance un dé équilibré et on note le résultat.
Il y a **6** issues : **1, 2, 3, 4, 5, 6**.
Obtenir « 5 » est un événement **élémentaire**.
Obtenir un nombre strictement inférieur à 3 est réalisé par les issues **1** et **2**.
Obtenir un nombre pair et obtenir « 5 » sont des événements **incompatibles**.
Obtenir « 8 » est un événement **impossible**.
Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 est un événement **certain**.

AVDJ 19.

On lance un dé équilibré et on note le résultat.
Il s'agit d'une situation **d'équiprobabilité** à 6 issues.

Obtenir un « 5 » est un événement **élémentaire de probabilité** $p(5)=\frac{1}{6}$

AVDJ 20.

A est réalisé par **2** issues donc $p(\text{A}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

AVDJ 21.

Soit A l'événement : obtenir un nombre strictement inférieur à 3

$\overline{\text{A}}$ est l'événement : obtenir un nombre **supérieur ou égal à 3**. $p(\overline{\text{A}}) = 1 - p(\text{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

AVDJ 22.

Soit A l'événement : « obtenir un nombre strictement inférieur à 3 » $p(\text{A}) = \frac{2}{6}$

B est l'événement : « obtenir 4 » $p(\text{B}) = \frac{1}{6}$

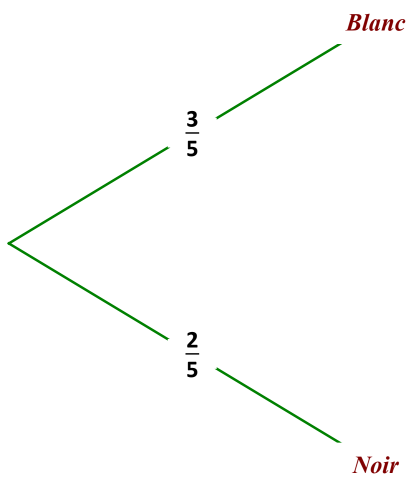
Les événements A et B sont **incompatibles**.
La probabilité de réalisation de A et B est donc **nulle.**

La probabilité que A ou B se réalise vaut : $p(\text{A}) + p(\text{B}) = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

AVDJ 23.

Une expérience aléatoire a 2 issues Blanc et Noir. La probabilité d'avoir Blanc vaut $\frac{3}{5}$.

On a donc $p(Noir) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$



AVDJ 24.

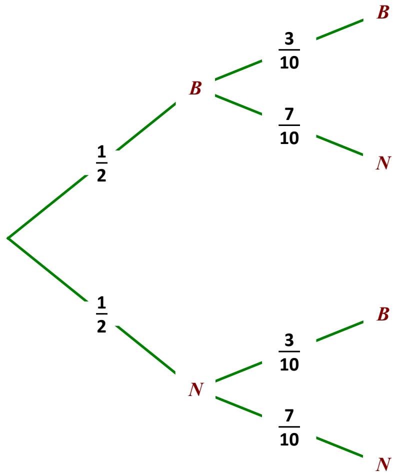
Une urne (urne 1) contient 5 boules blanches et 5 boules noires.
Une autre urne (urne 2) contient 3 boules blanches et 7 boules noires.
Une expérience aléatoire consiste à tirer successivement 1 boule dans chacune des urnes.

Urne 1 :

- ✓ La probabilité d'avoir une boule blanche vaut : $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.
- ✓ La probabilité d'avoir une boule noire vaut : $\frac{1}{2}$

Urne 2 : ✓ La probabilité d'avoir une boule blanche vaut : $\dfrac{3}{10}$

✓ La probabilité d'avoir une boule noire vaut : $\dfrac{7}{10}$



La probabilité d'avoir 2 boules blanches vaut donc : $p(Blanc, Blanc) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{10} = \dfrac{3}{20}$.

AVDJ 25.

Le plan de section est parallèle au plan de la base (cercle C de centre O et de rayon OA) et passe par O'. La section est le cercle C' de centre O' et de rayon O'A' où A' est l'intersection du plan et de la génératrice [SA]. (OA) et (O'A') sont parallèles.

On donne : OA=4 ; SO=5 ; SO'=2

Le volume du cône de sommet S et de base C vaut : $V = \dfrac{\pi \times \text{SO} \times \text{OA}^2}{3} = \dfrac{\pi \times 5 \times 4^2}{3} \approx 83{,}8\ \text{cm}^3$

$\dfrac{\text{SO'}}{\text{SO}} = \dfrac{\text{SA'}}{\text{SA}} = \dfrac{\text{O'A'}}{\text{OA}}$ donc $\dfrac{\text{O'A'}}{\text{OA}} = \dfrac{\text{SO'}}{\text{SO}} = \dfrac{2}{5}$ soit $\text{O'A'} = \dfrac{2}{5} \times \text{OA}$

C' est une réduction de rapport $\dfrac{2}{5}$.

Le cône de sommet S et de base C' est la réduction de rapport $\dfrac{2}{5}$ du cône de sommet S et de base C.

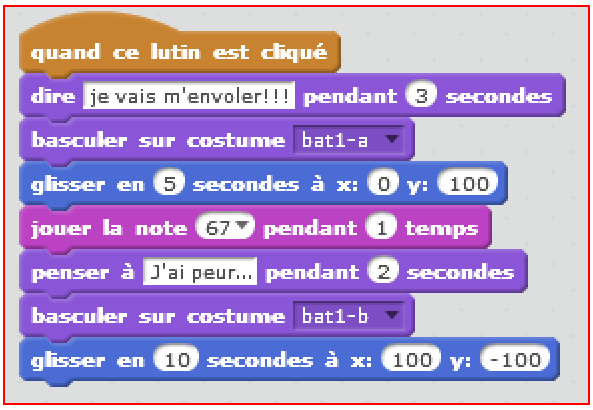
Le volume du cône de sommet S et de base C' vaut : $V' = \left(\dfrac{2}{5}\right)^3 \times V = \dfrac{8}{125} \times V \approx 5\ \text{cm}^3$

Exercices

1. Informatique : programmation Scratch

Exercice 1

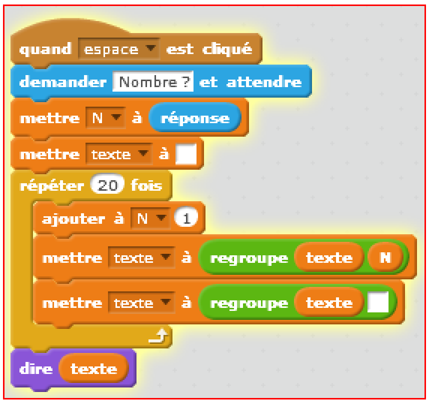
On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

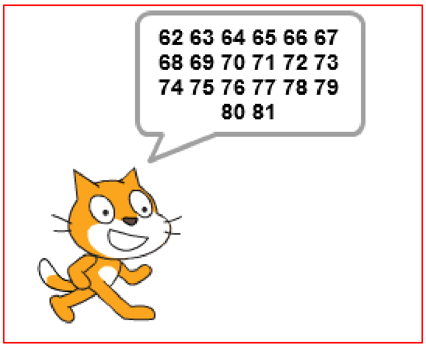


Exercice 2

Le programme donne la liste des 20 entiers qui suivent un nombre entré par l'utilisateur.

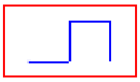
On pourra ouvrir le fichier accessible ci-dessous.



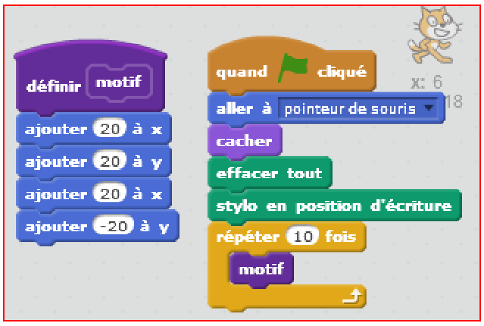


Exercice 3

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.

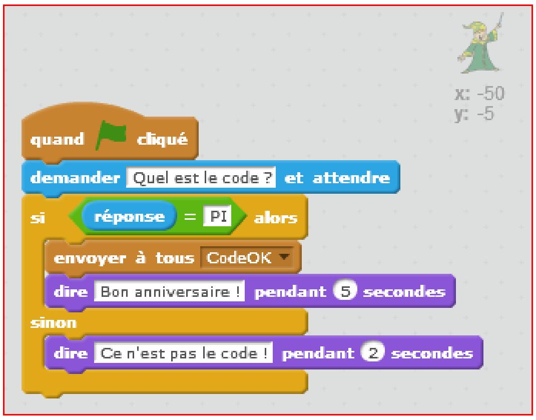
1)  → Il est répété **10 fois**.

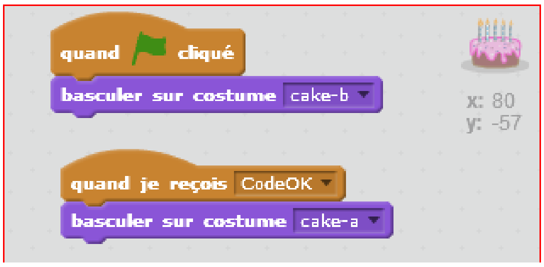
2)



Exercice 4

On pourra ouvrir le fichier accessible ci-contre.





2. Statistiques

Exercice 5

On fait la moyenne pondérée, les coefficients correspondant à des effectifs.
La somme des coefficients vaut $5+4+2=11$.

$m=\dfrac{15\times5+10\times4+11\times2}{11}=\dfrac{137}{11}\approx12{,}50$ → Louis a obtenu 12,50 de moyenne.

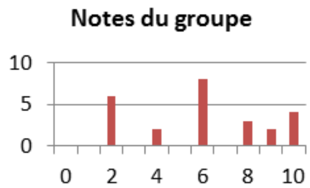
Exercice 6

1) Le premier quartile est la **16ème** donnée ($\dfrac{n}{4}=15{,}5$)

2) La médiane est la moyenne entre la **31ème** et la **32ème** donnée (car 62 = 2 x 31)

3) Le troisième quartile est la **47ème** donnée ($\dfrac{3n}{4}=46{,}5$)

Exercice 7



On fait un tableau d'effectifs.

Note	2	4	6	8	9	10	Total
Effectif	6	2	8	3	2	4	**25**

Moyenne : $m=\dfrac{6\times2+2\times4+8\times6+3\times8+2\times9+4\times10}{25}=\dfrac{150}{25}=6$ → **La moyenne est 6.**

La note minimale est 2 et la note maximale est 10. **L'étendue est 8.**

La médiane correspond à la 13ème donnée. 6 est la note de la 9ème à la 16ème donnée. → **La médiane vaut donc 6.**

$\dfrac{25}{4}=6{,}25$. Le premier quartile correspond à la 7ème donnée. **Le 1er quartile vaut donc 4.**

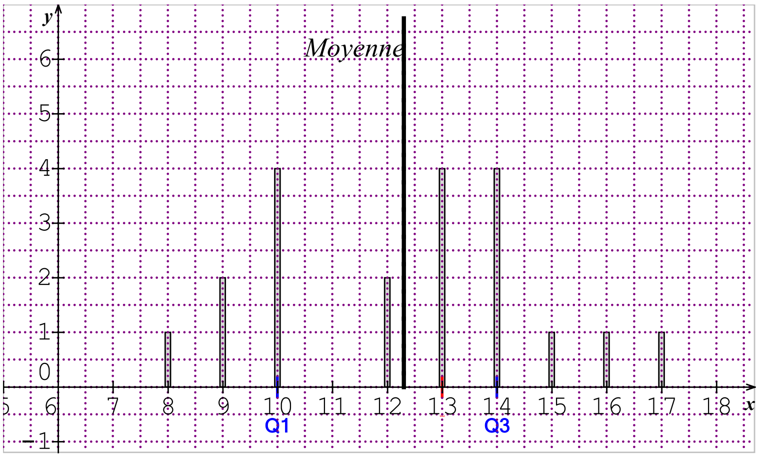
$\dfrac{3\times25}{4}=18{,}75$. Le troisième quartile correspond à la 19ème donnée. **Le 3ème quartile vaut donc 8.**

Exercice 8

1) La population est l'ensemble des participants à la compétition. Le caractère étudié est l'âge.

2)

Age →	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif	1	2	4	0	2	4	4	1	1	1



Moyenne : $m = \dfrac{8+2\times9+4\times10+2\times12+4\times13+4\times14+15+16+17}{20} = \dfrac{246}{20} = 12{,}3$ $\boxed{m = 12{,}3}$

L'âge moyen est 12,3 ans (12 ans et 4 mois).

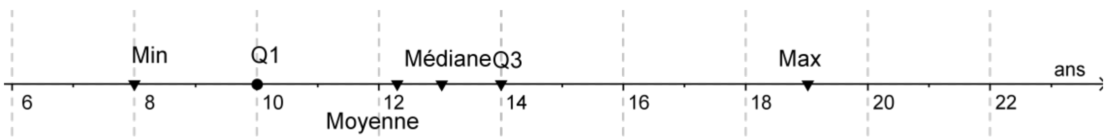
Minimum = 8 **Maximum = 17** **Étendue = 17−8=9**

L'effectif total est $N = 20$. N est pair : la médiane est la moyenne de la 10ème et de la 11ème donnée. Ces deux données valent 13. **Donc la médiane est égale à 13**.

$\dfrac{N}{4} = 5$. **Le premier quartile est la 5ème donnée donc 10.**

$\dfrac{3N}{4} = 15$. **Le troisième quartile est la 15ème donnée donc 14.**

3)



Exercice 9

Entreprise A	Employés	Cadres
Salaire	1800	2700
Effectif	20	5

Entreprise B	Employés	Cadres
Salaire	1700	2500
Effectif	15	10

Les salaires des cadres et des employés sont supérieurs dans l'entreprise A.

Moyennes des salaires : $m_A = \dfrac{20\times1800+5\times2700}{25} = 1980€$ $m_B = \dfrac{15\times1700+10\times2500}{25} = 2020€$

Le salaire moyen est supérieur dans l'entreprise B.

On a intérêt à se faire embaucher dans l'entreprise A (salaire de chaque catégorie supérieur) même si l'étude des salaires moyens laisse penser que l'entreprise B est préférable.

3. Probabilités

Exercice 10

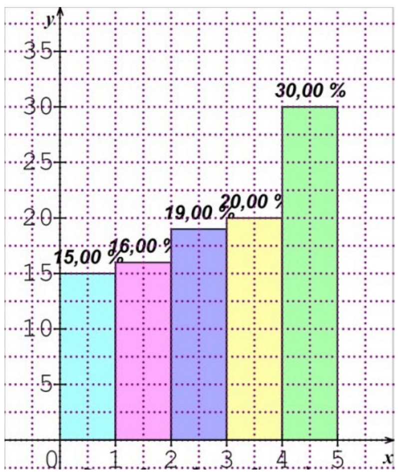
Le dé n'étant pas truqué, il y a équiprobabilité à chaque lancer.

La probabilité d'obtenir 6 au 11ème lancer est donc $\frac{1}{6}$.

Exercice 11

	Vrai	Faux
Il s'agit d'une expérience aléatoire.	☑	☐
Il y a moins de chances d'obtenir un 6 qu'un 1.	☐	☑
Il y a autant de chances d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair.	☑	☐
Les événements d'obtenir un nombre pair et un nombre supérieur ou égal à 5 sont incompatibles.	☐	☑
La probabilité d'obtenir un nombre différent de 4 est $\frac{1}{6}$	☐	☑

Exercice 12



1) Voir ci-contre

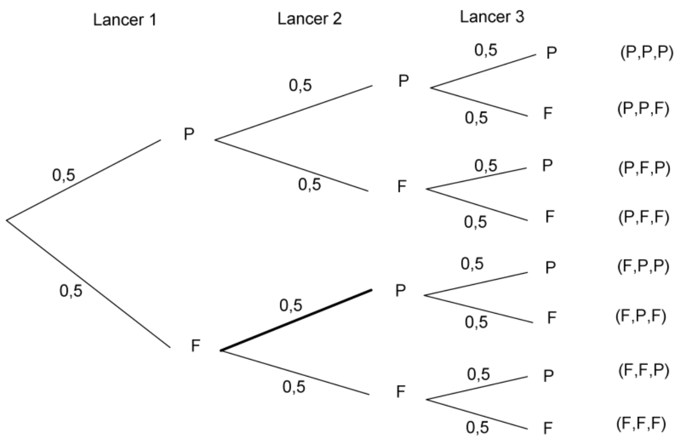
2) Si le dé n'est pas truqué, chaque face a la même probabilité $\frac{1}{6}$ d'apparaître.

La probabilité d'apparition du jaune est donc $\frac{1}{6} \approx 16,67\%$

La probabilité d'apparition du vert est donc $\frac{2}{6} \approx 33,33\%$.

3) La différence s'explique par la différence entre probabilités et statistiques. Les probabilités fournissent une fréquence théorique.

Exercice 13



1) Voir ci-contre.

2)

a) On appelle A l'événement « obtenir trois fois Face ».
A contient une seule issue (F, F, F).

$$p(\text{A}) = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125$$

b) On appelle B l'événement « obtenir exactement deux fois Pile ». B contient trois issues (P, P, F), (P, F, P), (F, P, P) qui ont la même probabilité $0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125$

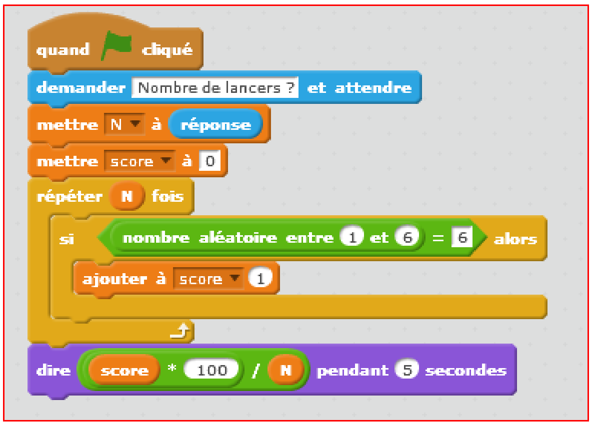
$p(\text{B}) = 3 \times 0,125 = 0,375$ $\boxed{p(\text{B}) = 0,375}$

c) On appelle C l'événement « obtenir au moins une fois pile ». L'événement contraire est obtenir trois fois Face.

$$\boxed{p(\text{C}) = 1 - p(\text{A}) = 0,875}$$

Exercice 14

1) On pourra ouvrir le fichier accessible ci-dessous.



2) On remarque que si on met un N très grand, la fréquence se rapproche de la probabilité $\frac{1}{6}$ soit 16,7%.

4. Géométrie dans l'espace

Exercice 15

Aire d'une sphère de rayon 6 cm (arrondie au millimètre carré)

$$Aire = 4\pi R^2 = 4\pi \times 6^2 = 144\pi \approx 452{,}39 \text{ cm}^2$$

On arrondit la valeur en cm^2 en gardant deux chiffres après la virgule.

Volume d'une boule de 20 cm de diamètre (arrondir à l'unité).

$$Volume = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi \approx 4189 \text{ cm}^3$$

Exercice 16

1) Volume d'une boule de 30 cm de diamètre (arrondi à l'unité). $Volume = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 15^3 \approx 14137 \text{ cm}^3$

2) 0,5 L = 500 cm^3

$14137 : 500 \approx 28{,}3\ 66\ 66$ → **Il doit souffler 29 fois.**

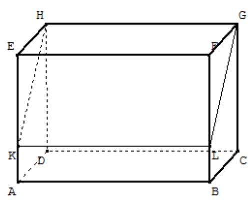
Exercice 17

1) Le plan de la section contenant [HG] est parallèle à [HG]. La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

HGLK est donc un rectangle.

On connait l'une des dimensions : HG=AB=6

Le triangle EHK est rectangle en E. On applique le théorème de Pythagore (EK=4−1=3) :



$$\text{HK}^2 = \text{EK}^2 + \text{EH}^2 = 3^2 + 3^2 = 2 \times 3^2 \quad \text{HK} = 3\sqrt{2}$$

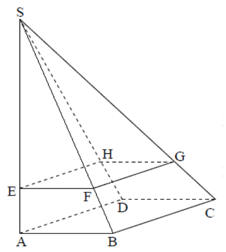
HGLK est donc un rectangle de longueur 6 cm et de largeur $3\sqrt{2}$ cm.

2) HEKGFL est un prisme droit de base HEK et de hauteur [HG].

L'aire de HEK vaut : $\frac{\text{EH} \times \text{EK}}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$

$V = 4{,}5 \times \text{HG} = 4{,}5 \times 6 = 27$ → **Le volume vaut 27 cm^3.**

Exercice 18



1) $V1 = \dfrac{Aire(\text{ABCD}) \times \text{AS}}{3} = \dfrac{8 \times 11 \times 15}{3} = 440 \text{ cm}^3$

2) [SA] étant la hauteur, le triangle SAB est rectangle en A. On applique le théorème de Pythagore :

$\text{SB}^2 = \text{SA}^2 + \text{AB}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$; $\text{SB} = 17$ cm.

3) Dans le triangle SAB, $\dfrac{\text{SE}}{\text{SA}} = \dfrac{12}{15} = 0{,}8$ $\dfrac{\text{SF}}{\text{SB}} = \dfrac{13{,}6}{17} = 0{,}8$

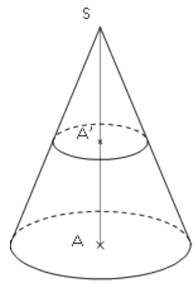
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

4) On coupe cette pyramide par le plan passant par E et parallèle à la base de la pyramide. La pyramide SEFGH, ainsi obtenue, est une réduction de la pyramide SABCD.

a) $\dfrac{\text{SE}}{\text{SA}} = 0{,}8$ → **Le coefficient de réduction est 0,8.**

b) $V2 = 0{,}8^3 \times V1 = 225{,}28 \text{ cm}^3$

Exercice 19



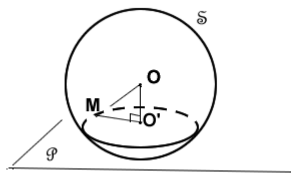
1) $V = \dfrac{R^2 \times \pi \times \text{AS}}{3} = \dfrac{7^2 \times \pi \times 12}{3} = 196\pi \text{ cm}^3$

2) $\dfrac{\text{SA'}}{\text{SA}} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$ **Le coefficient de réduction est** $\dfrac{1}{4}$.

3) $V' = \dfrac{V}{4^3} = \dfrac{196}{64}\pi = \dfrac{49}{16}\pi \approx 9{,}62$

La valeur exacte du volume du petit cône est $\dfrac{49}{16}\pi$ cm^3 soit environ 10 cm^3 (arrondi au cm^3).

Exercice 20



1) La section de $\mathbb{S}$ par $\mathcal{P}$ est un cercle de centre O' et de rayon R'.

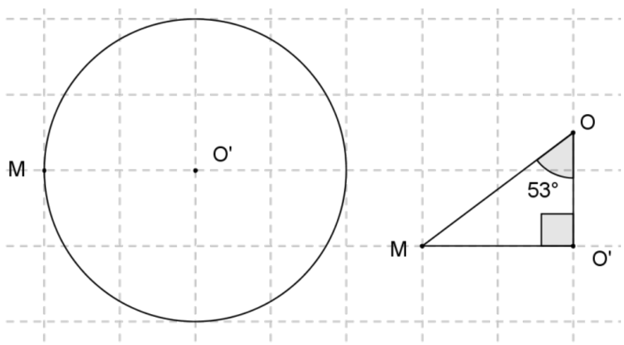
Calcul de R' : le triangle OO'M est rectangle en O' et M appartient à $\mathbb{S}$ donc OM=2,5 cm.

D'après le théorème de Pythagore :

$R'^2 = \text{OM}^2 - \text{OO'}^2 = R^2 - 1{,}5^2 = 6{,}25 - 2{,}25 = 4$ $R' = 2$ cm

Voir construction ci-contre.

2) Construction : voir ci-contre



Dans le triangle MOO' rectangle en O' :

$\cos\widehat{\text{MOO'}} = \dfrac{\text{OO'}}{\text{MO}} = \dfrac{1{,}5}{2{,}5} = 0{,}6$

$\widehat{\text{MOO'}} = \cos^{-1} 0{,}6 \approx 53{,}1°$

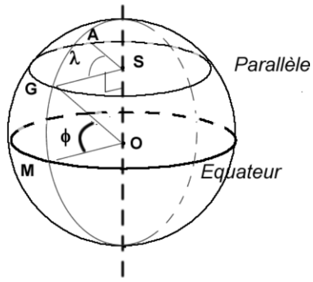
3) Aire de la sphère :

$4\pi R^2 = 4\pi \times 2{,}5^2 = 25\pi \approx 79 \text{ cm}^2$

Aire de la section :

$\pi R'^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi \approx 13 \text{ cm}^2$

Exercice 21



1) SGO est un triangle rectangle en S. D'après le théorème de Pythagore :

$SG^2 = OG^2 - SO^2 = 6370^2 - 4950^2 = 16074400$

$SG \approx 4009$

SG vaut 4009 km au km près.

2) Dans le triangle SOG rectangle en S :

$\cos \widehat{SOG} = \frac{OS}{OG} = \frac{4950}{6370} \approx 0{,}777 \qquad \widehat{OSG} = \cos^{-1} \frac{OS}{OG} \approx 39°$

$\widehat{SOG}$ **mesure 39° au degré près.**

$\widehat{SOG}$ et φ sont complémentaires.

La latitude Nord de Greenwich est donc 51°.

3) On calcule le périmètre du parallèle de latitude 51°.

$P = 2\pi \times SG = 2\pi \times 4009 \approx 25189$.

Ce périmètre correspond à 360°.

On en déduit que la longueur de l'arc joignant les deux villes vaut : $\overset{\frown}{GA} = 25189 \times \frac{50}{360} \approx 3498$

A est éloigné d'environ 3498 km de Greenwich.