Exercices d'entraînement – Corrigés

A vous de jouer !

AVDJ 1.

Dans cet algorithme, on a déclaré la **variable** X.
Ligne 4 : on **affecte** la valeur **3** à la **variable** X.
X contiendra donc le nombre **3**.
Ligne 5 : X contiendra le nombre **5** car $5\times(3-2)=5$
Lorsqu'on exécute l'algorithme, il s'affichera : « **X vaut maintenant : 5** ».
Voilà le résultat dans Algobox.

```
***Algorithme lancé***
X vaut maintenant :   5
***Algorithme terminé***
```

**Remarque : X (ligne 6) est du texte car il y a les guillemets " ". C'est « X » qui s'affiche.
X (ligne 7) est la variable. C'est le nombre que contient X qui s'affiche.**

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 2.

Cet algorithme contient une structure **conditionnelle** qui commence ligne **6** et se termine ligne **13**.
Si on entre le nombre 3 (ligne 4), alors N contiendra à la ligne 5 le nombre **−4**.
Comme N contient un nombre **négatif**, le message affiché est : « Le résultat est négatif ».

AVDJ 3.

Ce programme contient une **boucle.** Le bloc d'instructions compris entre DEBUT_POUR et FIN_POUR s'exécutera **3** fois. Le nombre **d'itérations** est donc **3**. A chaque passage dans la boucle, la valeur de i va augmenter de **1.**
Avant d'entrer dans la boucle, la variable N a la valeur **60**.

N° de passage	i	Valeur de N entrée	Valeur de N sortie
1er passage	1	60	$60+2\times1=62$
2ème passage	2	**62**	$62+2\times2=66$
3ème passage	**3**	**66**	$66+2\times3=72$

La valeur qu'affiche le programme est donc **72.**
Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 4.

Ce programme contient une **boucle conditionnelle**. Le bloc d'instructions compris entre DEBUT_TANT et FIN_TANT sera exécuté jusqu'à ce que **U** soit **supérieur** à 100.

Étape 0	N=0 ;U=2	U<100 : on entre dans la boucle.
Étape 1	$N=1$ $U=3\times2+2=8$	U<100 : on reste dans la boucle.
Étape 2	$N=2$ $U=3\times8+2=26$	U<100 : **on reste dans la boucle.**
Étape 3	$N=3$ $U=3\times26+2=80$	U<100 : **on reste dans la boucle.**
Étape 4	$N=4$ $U=3\times80+2=242$	**U>100 : on sort de la boucle.**

La valeur qu'affiche le programme est donc **242**.
Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

AVDJ 5.

f est une fonction définie par : $f(x) = 3x + 11$.

Dans $f(x) = 3x + 11$, x est la **variable**.

On peut noter également la fonction f ainsi : $f : x \mapsto 3x + 11$

$f(3) = 20$ peut se traduire par : **l'image** par f de 3 vaut **20**.

$f(-3) = 3 \times (-3) + 11 = -9 + 11 = 2$.

-3 a pour **image** 2. On peut également dire que -3 est un **antécédent** de2.

$f(x) = 17$ est l'équation qui permet de déterminer les **antécédents** éventuels de 17.

$3x + 11 = 17$

$3x = 17 - 11$

$3x = 6$

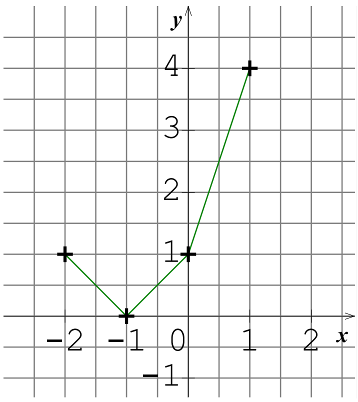
$x = 2$

→ 17 possède un unique **antécédent** qui est **2**.

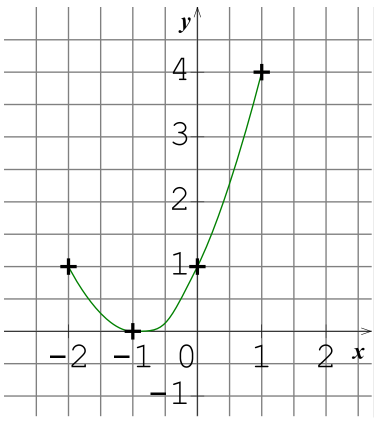
AVDJ 6.

L'image de 5 est 10. 8 a pour antécédents **10** et **13**.

AVDJ 7.



Graphique 1



Graphique 2

1) et **2)** Voir graphiques.

3) Sur le graphique 1, on lit $f(0,5) \approx 2,5$

Sur le graphique 2, on lit $f(0,5) \approx 2,2$

4) $f(0,5) = 2 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 + 1 = 2,5$

La valeur lue sur le graphique **1** est donc plus proche de la valeur réelle.

AVDJ 8.

1) $f(-3) = 3 \times (-3)^2 + 2 = 3 \times 9 + 2 = 27 + 2 = 29$

L'**image** de -3 vaut donc **29**.

2) On doit entrer dans B2 la formule : « **=3***A2^2+**2** ».

On doit **copier** la formule précédente dans les cellules B3 à **B8**.

D16

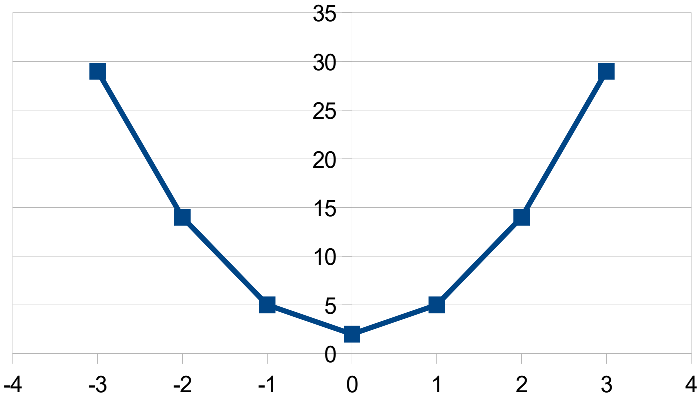
	A	B	C
1	x	f(x)	
2	-3	29	
3	-2	14	
4	-1	5	
5	0	2	
6	1	5	
7	2	14	
8	3	29	

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant la feuille « AVDJ8 » du fichier accessible ci-contre.

AVDJ 9.

Pour cela il faut :

- ✓ Sélectionner la plage de donnée : A2 :B8
- ✓ Insérer un diagramme et choisir comme type « **XY (dispersion)**».



Vous pouvez regarder la solution en ouvrant la feuille « AVDJ9 » du fichier ci-contre.

AVDJ 10.

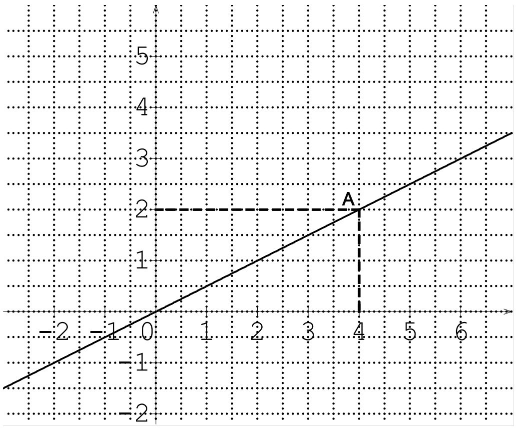
La fonction *f* définie par $f(x) = -4x$ est **linéaire**. Son coefficient vaut -4.

L'expression de la fonction linéaire g de variable t et de coefficient 0,5 est : $g(t) = 0{,}5t$.

AVDJ 11.

On veut tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 0{,}5x$.

$f(4) = 0{,}5 \times 4 = 2$ → La courbe passe donc par le point A(4;**2**).



AVDJ 12.

Produit en croix : $8x = 7 \times 3{,}2$ soit $x = \dfrac{22{,}4}{8} = 2{,}8$

AVDJ 13.

1) Tableau 1 : $\dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$ → Le tableau 1 est donc un tableau de **proportionnalité**. On peut lui associer la fonction **linéaire** *f* définie par $f(x) = \dfrac{1}{2}x$.

2) Tableau 2 : $\dfrac{2}{4} \neq \dfrac{5}{12}$ → Le tableau 2 n'est pas un tableau de **proportionnalité**. On **ne peut pas** lui associer de fonction linéaire.

AVDJ 14.

1) Méthode 1 :

élèves	32	100
élèves faisant Anglais	24	p

Produit en croix : $32p = 24 \times 100$ soit $p = \dfrac{2400}{32} = 75$

Conclusion : **75%** des élèves **font de l'Anglais**.

2) Méthode 2 : $\dfrac{24}{32} = 0{,}75$ donc $p = 0{,}75 \times 100 = 75$

Conclusion : **75%** des élèves **font de l'Anglais**.

AVDJ 15.

45% de 12 vaut **5,4** (car $12 \times \dfrac{45}{100} = \dfrac{12 \times 45}{100} = 5{,}4$)

2% de 30 vaut **0,6** (car $30 \times \dfrac{2}{100} = \dfrac{30 \times 2}{100} = 0{,}6$)

AVDJ 16.

On a donc : $x \times \dfrac{40}{100} = 12$ soit $x = \dfrac{12 \times 100}{40} = 30$ → Il y a **30** élèves dans la classe.

AVDJ 17.

45% de 12 vaut **5,4** (car $45\% = 0{,}45$ et $12 \times 0{,}45 = 5{,}4$)

2% de 30 vaut **0,6** (car $2\% = 0{,}02$ et $30 \times 0{,}02 = 0{,}6$)

AVDJ 18.

$120 \times 15\% = 120 \times \dfrac{15}{100} = 18$ L'article a augmenté de **18**€.

$120 + 18 = 138$ L'article vaut **138**€.

AVDJ 19.

$120 \times 30\% = 120 \times \dfrac{30}{100} = 36$ Le montant du rabais est de **36**€.

$120 - 36 = 84$ L'article vaut **84**€.

AVDJ 20.

$2700 - 2500 = 200$ Le nombre d'habitants a augmenté de **200**.

augmentation	200	p
nombre initial	2500	100

donc : $p = \dfrac{200 \times 100}{2500} = 8$

Le pourcentage d'augmentation du nombre d'habitants est de **8**%.

AVDJ 21.

$50 - 47{,}5 = 2{,}5$ L'article a baissé de **2,5**€.

baisse	2,5	p
prix initial	50	100

donc : $p = \dfrac{2{,}5 \times 100}{50} = 5$

Le pourcentage de baisse du prix est de **5**%.

AVDJ 22.

1) Prendre 40% d'une quantité x revient à calculer $\frac{40}{100}x = 0,4x$.

On peut donc définir la fonction linéaire $f(x) = 0,4x$ qui à chaque nombre x associe 40% de x.

2) Augmenter de 30% :

On calcule l'augmentation pour une quantité x: $\frac{30}{100}x = 0,3x$

Donc la valeur finale vaut : $x + 0,3x = (1+0,3)x = 1,3x$

On peut donc définir la fonction linéaire $f(x) = 1,3x$ qui à chaque nombre x associe sa valeur après une augmentation de 30%.

$f(15) = 1,3 \times 15 = 19,5$ → Si un produit valant 15€ augmente de 30%, il vaudra **19,5**€.

3) Diminuer de 5% :

On calcule la diminution pour une quantité x: $\frac{5}{100}x = 0,05x$

Donc la valeur finale vaut : $x - 0,05x = (1-0,05)x = 0,95x$

On peut donc définir la fonction linéaire $g(x) = 0,95x$ qui à chaque nombre x associe sa valeur après une diminution de 5%.

$f(2500) = 0,95 \times 2500 = 2375$

La population d'une ville était de 2500 habitants en 2010. En 2015, elle avait baissé de 5% par rapport à 2010. La population en 2015 était donc de **2375** habitants.

AVDJ 23.

72 km/h en m/s : $72 \text{ km} = 72000 \text{ m}$ et $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

On parcourt donc **72000** m en **3600** s.

La vitesse en m/s vaut donc : $v = \frac{72000}{3600} = 20 \text{ m/s}$

AVDJ 24.

1) Convertir 50m/s en km/h : on parcourt 50 m en **1**s. On cherche la distance parcourue x en 1 h soit en **3600** s.

distance(m)	50	x
temps(s)	1	3600

$x \times 1 = 50 \times 3600$ soit $x = 180000 \text{ m} = 180 \text{ km}$

On a donc : $50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$

2) Convertir 24 m/min en km/h et m/s : On parcourt 24 m en 1 min donc en **60** s. On cherche la distance x parcourue en 1 h soit en 3600 s et la distance y parcourue en **1** s.

distance(m)	24	x	y
temps(s)	60	3600	1

$x \times 60 = 24 \times 3600$ soit $x = \frac{24 \times 3600}{60} = 1440\text{m} = 1,44\text{km}$

$y \times 60 = 24 \times 1$ soit $x = \frac{24 \times 1}{60} = 0,4\text{m}$

On a donc : $24 \text{ m/min} = 1,44\text{km/h} = 0,4\text{m/s}$

AVDJ 25.

La fonction f définie par $f(x) = -4x + 5$ est **affine**. Son coefficient vaut **−4**.

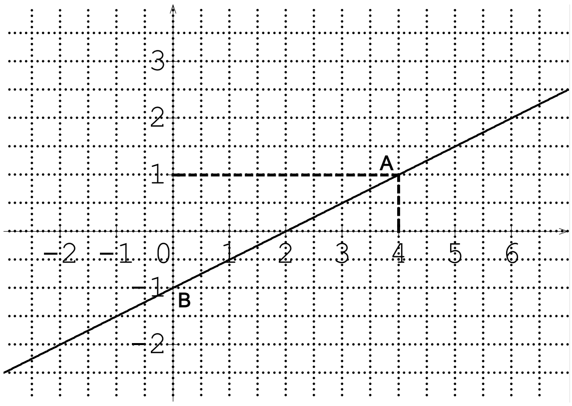
La fonction g définie par $g(x) = 3x$ est **linéaire**. Son coefficient vaut **3**.

AVDJ 26.

On veut tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 0,5x - 1$.

L'ordonnée à **l'origine** vaut -1. On place donc le point B(0;−1).

$f(4) = 0,5 \times 4 - 1 = 1$ → La courbe passe donc par le point A(4;**1**).



AVDJ 27.

$f(5) - f(3) = -0,5 \times (5 - 3) = -0,5 \times 2 = -1$

AVDJ 28.

Dans le triangle ABC, *d* est la **hauteur** issue de A. donc *d* est **perpendiculaire** à (BC).
Par construction, (EH) est **perpendiculaire** à *d*.
D'après la propriété, **si 2 droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles entre elles.**
Les droites (BC) et (EH) sont donc **parallèles.**

On peut donc appliquer dans le triangle ABC le théorème de **Thalès**. $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AC} = \frac{EH}{BC}$

On a donc : $\frac{EH}{9} = \frac{4}{6}$ soit $EH = \frac{4}{6} \times 9 = 6$ cm

AVDJ 29.

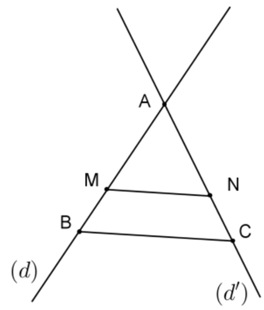
Données : AM=3 AB=7 AN=4 AC=8

A, M, B et A,N,C **sont alignés dans le même ordre**.

On calcule les rapports : $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$ et $\frac{AN}{AB} = \frac{4}{8}$ $\frac{3}{7} \neq \frac{4}{8}$

D'après la **contraposée** du **théorème de Thalès**, (BC) *et* (MN) **ne sont pas parallèles**.



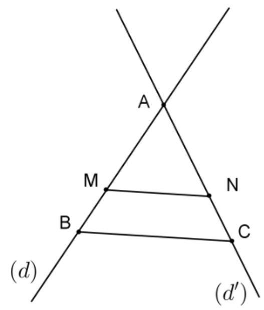
AVDJ 30.

1) Données : AM=2 ; AB=6 ; AN=2,5 ; AC=7,5
A, M, B et A, N, C **sont alignés dans le même ordre**.

On calcule les rapports : $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2,5}{7,5} = \frac{1}{3}$ donc $\frac{AM}{AB} \boxed{=} \frac{AN}{AC}$

D'après la **réciproque** du **théorème de Thalès**, (BC) *et* (MN) **sont parallèles**



2) Données : AM=2 ; AB=6 ; AN=4 ; AC=8

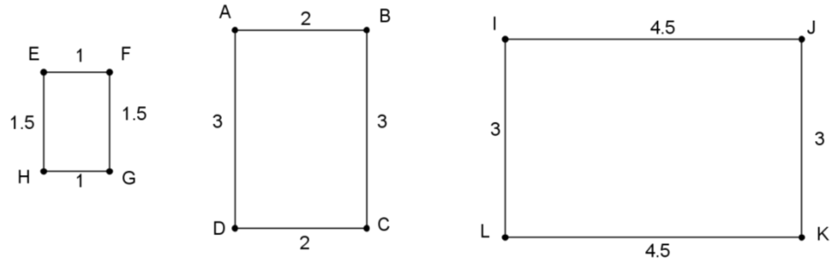
A, M, B et A, N, C **sont alignés dans le même ordre**.

On calcule les rapports : $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AC}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ donc $\frac{AM}{AB}\boxed{\neq}\frac{AN}{AC}$

D'après la **contraposée** du **théorème de Thalès**, (BC) *et* (MN) **ne sont pas parallèles**.

AVDJ 31.



On a : $AB=2\times EF$ $BC=2\times FG$ $CD=2\times GH$ $DA=2\times HE$

ABCD est donc **un agrandissement** de EFGH de facteur **2**.

EFGH est donc **une réduction** de ABCD de facteur $\frac{1}{2}$.

On a : $\frac{IJ}{BC}=\frac{4,5}{3}=\frac{3}{2}$ $\frac{JK}{CD}=\frac{3}{2}$ $\frac{KL}{DA}=\frac{4,5}{3}=\frac{3}{2}$ $\frac{LI}{AB}=\frac{3}{2}$

IJKL est donc **un agrandissement** de BCDA de facteur $\frac{3}{2}$.

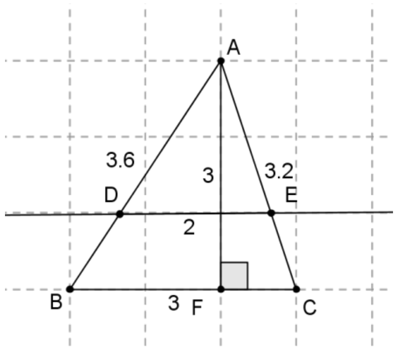
ABCD est donc **une réduction** de LIJK de facteur $\frac{2}{3}$.

AVDJ 32.

L'aire d'un rectangle agrandi d'un facteur 3 vaut **9** fois l'aire du rectangle initial.

L'aire d'un rectangle réduit d'un facteur $\frac{1}{3}$ vaut $\frac{1}{9}$ fois l'aire du rectangle initial.

AVDJ 33.



(DE)//(BC)

A, D, B et A, E, C sont alignés dans le même sens et (DE) et (BC) sont **parallèles**.

D'après le théorème de Thalès on a donc :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{2}{3}$$

D'où $AD=\frac{2}{3}\times AB$ $AE=\frac{2}{3}\times AC$ $DE=\frac{2}{3}\times BC$

Le triangle ADE est donc une **réduction** du triangle **ABC** de facteur $\frac{2}{3}$.

Le périmètre de ABC vaut : $P_{ABC} = 3,6+3+3,2 = 9,8$

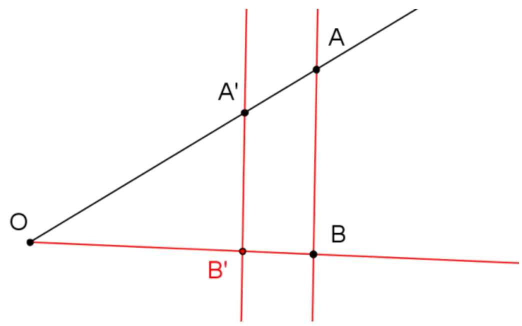
Donc le périmètre de ADE vaut : $P_{ADE} = \frac{2}{3}P_{ABC} \approx 6,5$

L'aire de ABC vaut : $A_{ABC} = \frac{3\times 3}{2} = 4,5$

Donc l'aire de ADE vaut : $A_{ADE} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times A_{ABC} = \frac{4}{9}A_{ABC} = 2$

AVDJ 34.

A' est le point homothétique de A par une homothétie de centre O et de rapport 0,75.
On cherche à construire le point homothétique B' du point B.
On sait que B' appartient à la demi-droite **[OB)**.
Tracer la demi-droite.
On sait également que (A'B') est **parallèle** à (AB) car une homothétie **transforme une droite en une droite parallèle**.
Compléter : $OB' = 0,75 \times OB$



AVDJ 35.

L'aire de A'B'C' vaut $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ soit $\frac{1}{4}$ fois l'aire de ABC.

L'aire de A''B''C'' vaut $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ soit $\frac{1}{4}$ fois l'aire de A'B'C'.

L'aire de A''B''C'' vaut $\frac{1}{16}$ fois l'aire de ABC.

Exercices

1. Algorithmes

Exercice 1

1) Le programme contient une structure conditionnelle, mais pas de boucle.

2) X prend la valeur 5 donc la variable F prend la valeur 22 ($F=3\times5+7=22$).
Comme F≥20, **GAGNE !!! s'affiche**.

3) PERDU ! s'affiche si et seulement si F<20. On résout $3\times X+7<20$

$3X+7<20$

$3X<13$ **Donc X peut prendre les valeurs 0 ; 1 ; 2, 3 ; 4.**

$X<\dfrac{13}{3}$

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

Exercice 2

1) Le programme passe **6 fois** dans la boucle.

2)

N° de passage	N	i	S entrée	S sortie
1er passage	6	1	0	0+1=1
2ème passage	6	2	1	1+2=3
3ème passage	6	3	3	3+3=6
4ème passage	6	4	6	6+4=10
5ème passage	6	5	10	10+5=15
6ème passage	6	6	15	15+6=21

3) On trouve bien **21**

Exercice 3

Étape 0	N=0 U=200	U>100 : on entre dans la boucle
Étape 1	$N=1$ $U=0{,}8\times200=160$	U>100 : on reste dans la boucle
Étape 2	$N=2$ $U=0{,}8\times160=128$	U>100 : on reste dans la boucle
Étape 3	$N=3$ $U=0{,}8\times160=128$	U>100 : on reste dans la boucle
Étape 4	$N=4$ $U=0{,}8\times128=102{,}4$	U>100 : on reste dans la boucle
Étape 5	$N=4$ $U=0{,}8\times128=81{,}92$	U>100 : on sort de la boucle

L'algorithme affiche 4.

Voilà l'algorithme exécuté pas à pas avec Algobox.

```
#1 Nombres/chaines (ligne 5) -> N:0 | U:0#2 Nombres/chaines (ligne 6) ->
N:0 | U:200
Entrée dans le bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE : condition vérifiée (ligne 8)
#3 Nombres/chaines (ligne 9) -> N:1 | U:200
#4 Nombres/chaines (ligne 10) -> N:1 | U:160
Sortie du bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE (ligne 11)
Entrée dans le bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE : condition vérifiée (ligne 8)
#5 Nombres/chaines (ligne 9) -> N:2 | U:160
#6 Nombres/chaines (ligne 10) -> N:2 | U:128
```

```
Sortie du bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE (ligne 11)
Entrée dans le bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE : condition vérifiée (ligne 8)
#7 Nombres/chaines (ligne 9) -> N:3 | U:128
#8 Nombres/chaines (ligne 10) -> N:3 | U:102.4
Sortie du bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE (ligne 11)
Entrée dans le bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE : condition vérifiée (ligne 8)
#9 Nombres/chaines (ligne 9) -> N:4 | U:102.4
#10 Nombres/chaines (ligne 10) -> N:4 | U:81.92
Sortie du bloc DEBUT_TANT_QUE/FIN_TANT_QUE (ligne 11)
```

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

Exercice 4

1) Cet algorithme donne le nombre de lettres d'un mot entré par l'utilisateur.
2) Si on entre le mot Babar3023, l'algorithme affiche : **Babar3023 est composé de 9 lettres**.

```
***Algorithme lancé***
Entrer mot : Babar3023
Babar3023 est composé de  9  lettres.
***Algorithme terminé***
```

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-contre.

2. Fonctions

Exercice 5

Expression en français	Expression mathématique
L'image de 2 par f est 8.	$f(2)=8$
4 est un antécédent par f de -1.	$f(4)=-1$
-7 est l'image par g de 3.	$g(3)=-7$
5 a pour antécédents 4 et 0 par la fonction h.	$h(4)=5$ et $h(0)=5$

Exercice 6

1) L'image de 5 par f est 3 : $f(5)=3$
2) L'équation $f(x)=2$ admet comme solution -7 : $f(-7)=2$
3) 4 est un antécédent de 3 par f : $f(4)=3$
4) 1 est l'image de 2 par f : $f(2)=1$
5) Le point A$(-4;6)$ appartient à la courbe représentative de f : $f(-4)=6$

Exercice 7

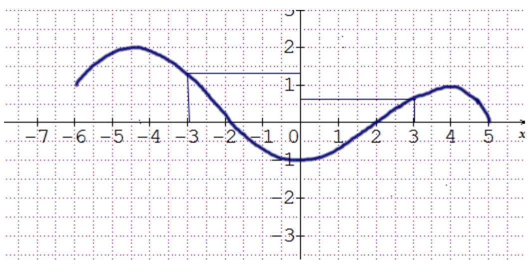
1)

Par lecture sur le graphique, on obtient :

$f(-3)=1{,}3$

$f(0)=-1$

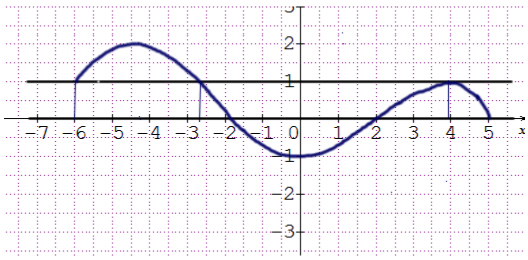
$f(3)=0{,}7$



2)

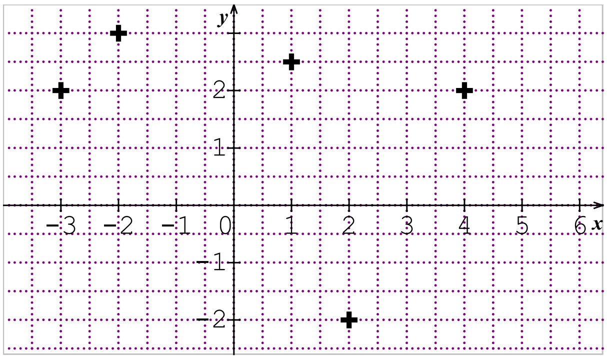
Par lecture sur le graphique, on obtient :

Antécédents de 0 : −1,8 ; 2 ; 5
Antécédents de 1 : −6 ; −2,6 ; 4



Exercice 8

Toutes les valeurs dans la ligne des *x* sont différentes. On peut donc associer à chaque *x* une valeur.
La valeur 2 figure 2 fois sur la ligne des *y*. On ne peut pas définir une fonction avec cette variable.



Exercice 9

1)

Code de l'algorithme

```
VARIABLES
  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
  X EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  POUR X ALLANT_DE 0 A 6
    DEBUT_POUR
    Y PREND_LA_VALEUR pow(X,2)+3*X
    AFFICHER Y
    AFFICHER "-"
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
0-4-10-18-28-40-54-
***Algorithme terminé***
```

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-dessous.

2)

Code de l'algorithme

```
VARIABLES
  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
  X EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  POUR X ALLANT_DE 0 A 6
    DEBUT_POUR
    Y PREND_LA_VALEUR pow(X,2)+3*X
    AFFICHER "f("
    AFFICHER X
    AFFICHER ")= "
    AFFICHER Y
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
f(0)= 0
f(1)= 4
f(2)= 10
f(3)= 18
f(4)= 28
f(5)= 40
f(6)= 54
```

Vous pouvez regarder la solution en ouvrant le fichier accessible ci-dessous.

3. Fonctions linéaires

Exercice 10

$f(x)=-5x$ fonction linéaire avec $a=-5$

$g(x)=\dfrac{x}{3}$ fonction linéaire avec $a=\dfrac{1}{3}$

$h(x)=\dfrac{x}{2}-1$ fonction non linéaire

$i(x)=4x^2-2x(2x+3)=4x^2-4x^2-6x=-6x$
fonction linéaire avec $a=-6$

Exercice 11

- f fonction linéaire donc f s'écrit : $f:x\mapsto ax$

$f(3)=15$ soit $a\times 3=15$ $a=5$ $f:x\mapsto 5x$

- g fonction linéaire donc g s'écrit : $g:x\mapsto ax$

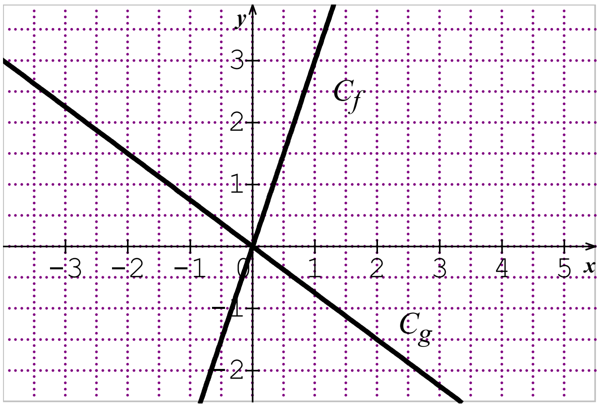
$g(-2)=1$ soit $a\times(-2)=1$ $a=-\dfrac{1}{2}$ $f:x\mapsto -\dfrac{x}{2}$

- h fonction linéaire donc h s'écrit : $h:x\mapsto ax$

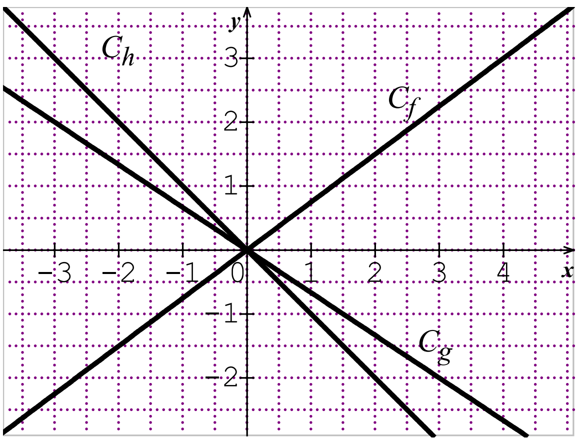
$h(\sqrt{3})=-3$ soit $a\times(\sqrt{3})=-3$ $a=-\dfrac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$ $h:x\mapsto -\sqrt{3}\,x$

Exercice 12

$f:x\mapsto 3x$ $g:x\mapsto -\dfrac{3}{4}x$



Exercice 13



Exercice 14

1)

Longueur	2	3	5	7
Largeur	1	1,5	2,5	3,5
Périmètre	6	9	15	21
Aire	2	4,5	12,5	24,5

2)

Longueur	2	3	5	7
Périmètre	6	9	15	21

On fait les produits en croix : $2\times 9=3\times 6; 2\times 15=5\times 6; 2\times 21=7\times 6$
Les produits étant égaux, il s'agit d'un tableau de proportionnalité.
Le périmètre est proportionnel à la longueur.

Calcul du coefficient à l'aide de tableau : on passe de la longueur au périmètre en multipliant la longueur par 3. Le coefficient de proportionnalité vaut 3. La fonction linéaire correspondante est donc :

$$P : x \mapsto 3x$$

Calcul direct : si x est la longueur, la largeur vaut : $\frac{x}{2}$

$$P(x)=2\times(x+\frac{x}{2})=3x$$

3)

Longueur	2	3	5	7
Aire	2	4,5	12,5	24,5

On fait les produits en croix : $2\times 4,5\neq 3\times 2$. Il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.
L'aire n'est pas proportionnelle à la longueur.

Exercice 15

1) Augmenter de 10%. Le coefficient vaut $1+\frac{10}{100}=1,1$. Fonction : $x\mapsto 1,1x$

2) Diminuer de 50%. Le coefficient vaut $1-\frac{50}{100}=0,5$. Fonction : $x\mapsto 0,5x$

3) Doubler. Le coefficient vaut 2. Fonction : $x\mapsto 2x$

4) Augmenter de 100%. Le coefficient vaut $1+\frac{100}{100}=2$. Fonction : $x\mapsto 2x$

Exercice 16

Augmenter de 7,5% revient à multiplier par $1+\frac{7,5}{100}=1,075$.

On définit la fonction linéaire permettant de passer du prix HT au prix TTC : $f : x\mapsto 1,075x$

$f(20)=1,075\times 20=21,5$

Le prix TTC d'un livre de 20€ HT est de 21,5€.

$f(x)=47,3$ $\quad 1,075\times x=47,3$ $\quad x=\frac{47,3}{1,075}=44$

Le prix HT d'un livre de 47,30 € TTC est 44 €.

Exercice 17

Soit x le côté du carré. Son aire vaut x^2. Si l'aire est diminuée de 19%, la nouvelle aire vaut :

$$(1-\frac{19}{100})x^2 = 0,81x^2$$

Si on diminue le côté de *p*%, son aire vaudra $[(1-\frac{p}{100})x]^2 = (1-\frac{p}{100})^2 x^2$

On doit donc avoir : $(1-\frac{p}{100})^2 = 0,81$ soit $1-\frac{p}{100} = \sqrt{0,81} = 0,9$ ou $1-\frac{p}{100} = -\sqrt{0,81} = -0,9$

Seule la solution positive a un sens.

On en déduit que $\frac{p}{100} = 1-0,9 = 0,1 \qquad p = 10$

Il faut donc réduire le côté d'un carré de 10% pour que son aire diminue de 19%.

Exercice 18

10 km/h=**2,78** m/s 126 km/h=**35** m/s 50 m/s=**180** km/h

Justifications **:** *on a mis les unités entre parenthèses dans les calculs pour rendre le corrigé plus lisible.*

$10 \text{ km/h} = \frac{10000 \text{ (m)}}{3600 \text{ (s)}} \approx 2,78 \text{ m/s}$ $126 \text{ km/h} = \frac{126000 \text{ (m)}}{3600 \text{ (s)}} = 35 \text{ m/s}$

$50 \text{ m/s} = 50 \times 3600 \text{ m/h} = 180000 \text{ m/h} = 180 \text{ km/h}$

Exercice 19

1) On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance en m	2,5	x
Temps en min	6	60

$$x = \frac{2,5 \times 60}{6} = 25$$

$$v = 25 \text{ m/h} = \boxed{0,025 \text{ km/h}}$$

2) distance parcourue en un jour : $d = vt = 0,025 \times 24 = 0,6$ km

3) temps pour parcourir 1 km : $t = \frac{d}{v} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ h}$

Exercice 20

1) Le randonneur a parcouru 22km (aller-retour) en 5h30 (soit 5,5 h).

$v = \frac{22}{5,5} = 4$ → **La vitesse moyenne est donc de 4km/h.**

2) On convertit 2h30 en min : 2h30=150min.

Distance en m	11 000	x
Temps en min	150	10

$$x = \frac{11000 \times 10}{150} \approx 730 \text{ m}$$

Il a parcouru environ 730m en 10 minutes au retour.

Exercice 21

La vitesse de l'athlète est $V_{athlète}=\dfrac{100}{10}=10\ \text{ m / s}$

On convertit la vitesse du cycliste en m/s. $V_{cycliste}=\dfrac{30\times 1000}{3600}\approx 8{,}3\ \text{ m / s}$

L'athlète va plus vite que le cycliste.

La vitesse du navire est $V=\dfrac{20\times 1{,}852\text{ km}}{1\text{h}}=37{,}04\ \text{ km / h}$

Vitesse en km/h : 37,04 km/h

Exercice 22

Si E est l'énergie, P la puissance et t le temps on a : $E=P\times t$
Si P est donnée en W et t en h, ***E* est donnée en W·h.**
1 W=1 J/s donc 1J=1 W·s
1 Wh=3600 W·s=3600 J

1 Wh=3600 J

4. Fonctions affines

Exercice 23

$f(x)=-5x+6$ Fonction affine avec $a=-5; b=6$

$g(x)=\dfrac{x}{4}-1$ Fonction affine avec $a=\dfrac{1}{4}; b=-1$

$h=x^2-1$ Fonction non affine

$i(x)=2x^2-2x(x+3)=2x^2-2x^2-6x=-6x$ Fonction affine (et linéaire) avec $a=-6; b=0$

$j(x)=8-5x$ Fonction affine avec $a=-5; b=8$

Exercice 24

1) Image de $-\dfrac{3}{2}$: $f(-\dfrac{3}{2})=-0{,}2\times(-\dfrac{3}{2})+3=\dfrac{\cancel{2}}{10}\times\dfrac{3}{\cancel{2}}+3=\boxed{\dfrac{33}{10}=3{,}3}$

2) Antécédent par *f* de 2 : $f(x)=2$ $\quad -0{,}2x+3=2$ $\quad -0{,}2x=-1$ $\quad \boxed{x=5}$

3) $f(4)=-0{,}2\times 4+3=-0{,}8+3=\boxed{2{,}2}$

4) Le nombre x ayant pour image -0,5 est solution de l'équation :

$$f(x)=-0{,}5$$
$$-0{,}2x+3=-0{,}5$$
$$-0{,}2x=-3{,}5$$
$$\boxed{x=17{,}5}$$

Exercice 25

On cherche a et b tel que $f(x)=ax+b$
Déterminer une fonction affine *f* telle que : $f(3)=-4; f(-1)=1$

En utilisant la proportionnalité des accroissements : $-4-1=a[3-(-1)]$ $\quad -5=4a$ $\quad a=-\dfrac{5}{4}$

$$f(-1)=1 \qquad -\frac{5}{4}\times(-1)+b=1 \qquad b=1-\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}$$

$$\boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x - \frac{1}{4}}$$

On cherche a et b tel que $g(x) = ax + b$

Déterminer une fonction affine g telle que : $g(-1) = 8; g(2) = 8$

En utilisant la proportionnalité des accroissements : $8 - 8 = a[2 - (-1)]$

$3a = 0$

$a = 0$

g est donc une fonction constante.

$$\boxed{g(x) = 8}$$

Exercice 26

En utilisant la proportionnalité des accroissements :

$f(2) - f(-3) = 2{,}5 \times [2 - (-3)]$

$f(2) - 5 = 2{,}5 \times 5$

$f(2) = 5 + 2{,}5 \times 5 = 17{,}5$

$\boxed{f(2) = 17{,}5}$

$f(-1) - f(-3) = 2{,}5[-1 - (-3)]$

$f(-1) = 5 + 2{,}5 \times 2 = 10$

$\boxed{f(-1) = 10}$

$0 - f(-3) = 2{,}5[x - (-3)]$

$2{,}5 \times (x + 3) = -5$

$x + 3 = -2$

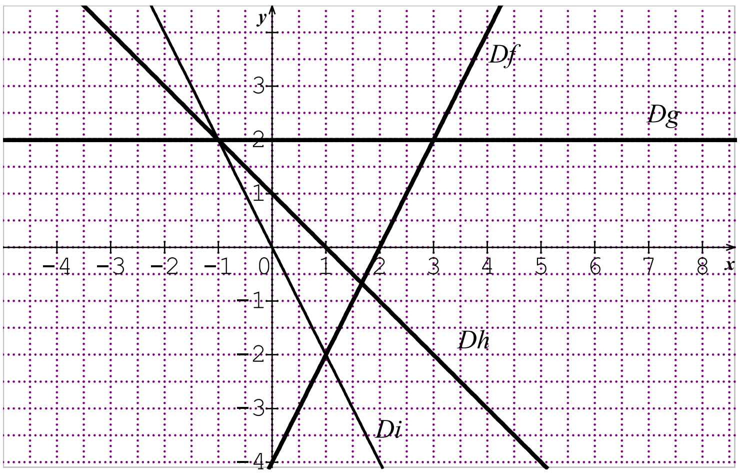
$x = -5$

L'antécédent de 0 est –5.

Exercice 27

$f : x \mapsto 2x - 4$ $\quad g : x \mapsto 2$ $\quad h : x \mapsto -x + 1$ $\quad i : x \mapsto -2x$

Les fonctions *f*, *g*, *h* et *i* sont affines ; *i* est linéaire ; *g* est une fonction constante.



Dg,*Dh* et *Di* sont concourantes en (-1 ;2).

Justification : $g(-1) = 2$; $h(-1) = -(-1) + 1 = 2$; $i(-1) = -2 \times (-1) = 2$

Le point (–1 ; 2) appartient donc aux 3 droites *Dg*, *Dh* et *Di*.

Exercice 28

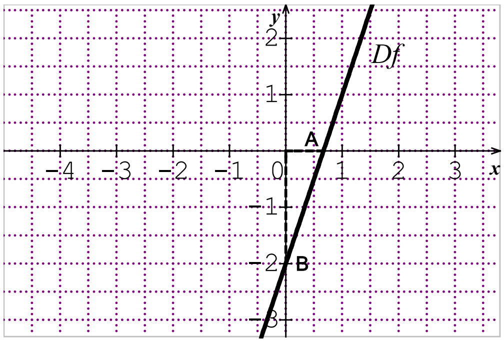
$f : x \mapsto 3x-2$. → **Le coefficient directeur de (*d*) est 3 ; l'ordonnée à l'origine est –2.**

Point A : on cherche le point de (*d*) d'ordonnée nulle.

On résout $3x-2=0$ $x=\frac{2}{3}$ → **A a donc pour coordonnées A** $(\frac{2}{3};0)$ **.**

Point B : on cherche le point de (*d*) d'abscisse nulle ; l'ordonnée est alors l'ordonnée à l'origine. → **B a donc pour coordonnées B** $(0;-2)$ **.**

A(2;4)	$f(2)=3\times 2-2=4$	donc **A∈(*d*)**
B(0,33;–1)	$f(0,33)=3\times 0,33-2=-1,01 \quad or \quad f(0,33)\neq -1$	donc **B∉(*d*)**
C(1,5;2,5)	$f(1,5)=3\times 1,5-2=2,5$	donc **C∈(*d*)**



Exercice 29

1) x peut prendre les valeurs comprises entre 0 et 6.

2) AD=6−x.

Aire de ABCD : $f(x)=4(6-x)=24-4x$

Aire de CDE : $g(x)=\frac{4x}{2}=2x$

f est une fonction affine ; g est une fonction linéaire.

3) On détermine l'abscisse du point d'intersection des 2 droites. L'aire de DCF est égale à l'aire de ABCD pour $\boldsymbol{x=4}$.

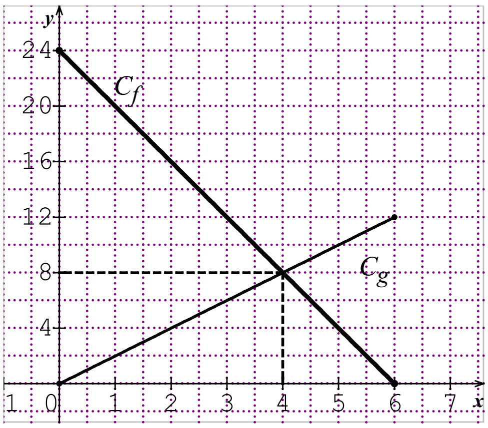
4) On cherche x tel que : $\boldsymbol{24-4x}$

$24-4x=2x$

$6x=24$

$x=4$

→ On retrouve le résultat précédent.



Exercice 30

1) $f_m(a)=220-a$ → f_m est une fonction **affine**.

2) *a)* $f_m(60)=208-0,75\times 60=163$ → **La fréquence maximale est 163 battements par minute**.

b) $f_m(a)=184$

$208-0,75\times a=184$

$0,75a=208-184$ → **A 32 ans, la fréquence maximale est 184 battements par minute.**

$a=\frac{24}{0,75}=32$

c) On calcule $193-\frac{8}{100}\times 193=(1-0,08)\times 193=0,92\times 193\approx 178$ → **L'affirmation est donc vraie.**

Exercice 31

1) h est une fonction **affine**.

2) **1** a pour image -1 par la fonction g.

3) $g(-2) = 5\times(-2)^2 - 2 - 7 = 20 - 9 = 11$

4) « =2*B1-7 »

5) *a)* D'après le tableau, 0 est solution de l'équation $g(x) = h(x)$ donc de $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.

b) $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$

$5x^2 + x - 2x = -7 + 7$

$5x^2 - x = 0$

$x(5x-1) = 0$

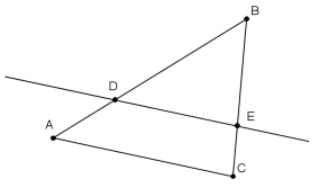
Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$x = 0$ ou $5x - 1 = 0$ soit $x = \frac{1}{5}$

Les solutions sont donc 0 et $\frac{1}{5}$.

5. Configuration de Thalès

Exercice 32



(AC) est parallèle à (DE) et les points B, D, A et B, E, C sont alignés, dans le même ordre. On peut appliquer le théorème de Thalès dans le triangle BAC :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

1) AB=5,5 ; BD= 3 ; AC=x ; DE=4

$$\frac{BD}{BA} = \frac{DE}{AC}$$

On en déduit l'équation : $\frac{3}{5,5} = \frac{4}{x}$ d'où

$3x = 4\times 5,5$

$x = \boxed{\frac{22}{3}}$

2) AB=6 ; DA= x ; BE=3 ; EC=5

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$$

On en déduit l'équation : $\frac{6-x}{6} = \frac{3}{5+3}$ d'où :

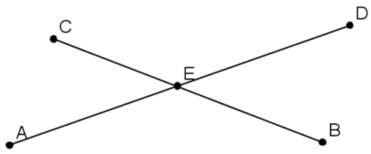
$8(6-x) = 3\times 6$

$8x = 48 - 18$

$8x = 30$

→ $x = \frac{30}{8} = \boxed{3,75}$

Exercice 33



1) Les points C, E, B et A, E, D sont alignés dans le même ordre.

On calcule les rapports : $\frac{ED}{EA}$ et $\frac{EB}{EC}$

$\frac{ED}{EA} = \frac{9,1}{7} = \frac{91}{70} = \frac{13}{10}$ $\quad \frac{EB}{EC} = \frac{13}{10}$ $\quad \frac{ED}{EA} = \frac{EB}{EC}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AC) et (BD) sont parallèles**.

2) Les points C, E, B et A, E, D sont alignés dans le même ordre. On calcule les rapports : $\frac{ED}{EA}$ et $\frac{EB}{EC}$

$\frac{ED}{EA} = \frac{9}{5} = 1,8$ $\quad \frac{EB}{EC} = \frac{8}{4} = 2$ $\quad \frac{ED}{EA} \neq \frac{EB}{EC}$

D'après le théorème de Thalès (contraposée), **les droites (AC) et (BD) ne sont pas parallèles**.

Exercice 34

Les points O, A, D et O, B, C sont alignés dans le même ordre.

On calcule : $\frac{OB}{OC}$ et $\frac{AB}{CD}$ $\frac{OB}{OC}=\frac{45}{50}=0,9$ et $\frac{AB}{CD}=\frac{76}{100}=0,76$ donc $\frac{OB}{OC}\neq\frac{AB}{CD}$

D'après le théorème de Thalès (contraposée), **les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles**.

Les plateaux ne sont donc pas parallèles.

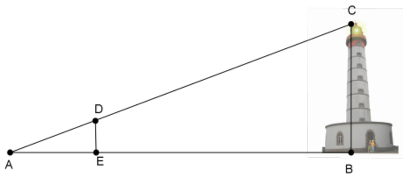
Exercice 35

Le phare et le piquet sont verticaux donc perpendiculaires à la même droite (l'horizontale). En reprenant les notations de la figure, on en déduit que (ED) et (BC) sont parallèles. A, E, B et A, D et C sont alignés. On est dans une configuration de Thalès. On a donc : $\frac{AE}{AB}=\frac{ED}{BC}$ soit :

$\frac{5}{78}=\frac{2}{BC}$ $BC=\frac{2\times78}{5}=\frac{156}{5}=31,2$

Le phare a une hauteur de 31 m.

EA=5m ; AB=78m ; ED =2m



Exercice 36

1. Le triangle ABJ est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$JB^2=AB^2+AJ^2=7,5^2+18^2=380,25$ $JB=\sqrt{380,25}$ $\boxed{JB=19,5\text{ m}}$

2. J, M, A et J, U, C sont alignés dans le même sens. D'après le théorème de Thalès,

$\frac{JM}{JA}=\frac{JU}{JC}=\frac{MU}{AC}$ $\frac{JM}{JA}=\frac{10}{18}=\frac{3}{AC}$ d'où $10\times AC=3\times18=54$

$AC=\frac{54}{10}=5,4$ $\boxed{AC=5,4\text{ m}}$

3. $BC=7,5-5,4=2,1$ $Aire(JCB)=\frac{Base\times Hauteur}{2}=\frac{BC\times JA}{2}=\frac{2,1\times18}{2}$ $\boxed{Aire(JCB)=18,9\text{ m}^2}$

6. Agrandissements, réductions, homothéties

Exercice 37

Si les dimensions sont multipliées par 3 le volume est multiplié par 3^3 donc par 27.

Le volume final vaut $27\times5=135\text{ cm}^3$

Exercice 38

Si on augmente le côté de 30% le côté va valoir : $c+\frac{30}{100}c=c+0,3c=1,3c$

Il s'agit d'un agrandissement de facteur 1,3. Le volume est multiplié par $1,3^3$ → $1,3^3=2,197$

« Le volume du cube agrandi vaut **2,197** fois le volume du cube initial ».

Exercice 39

1) Il faut multiplier l'aire du cercle initial pour obtenir l'aire du cercle agrandi par $\left(\dfrac{5}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$

2) Aire du cercle initial : $\pi \times 1{,}5^2 \approx 7{,}07$ cm². Aire du cercle agrandi : $7{,}07 \times \dfrac{25}{9} \approx 19{,}63$ cm²

Le rapport vaut environ $\dfrac{19{,}63}{7{,}07} \approx 2{,}78$

3) 2,78 est bien une valeur approchée de $\dfrac{25}{9}$.

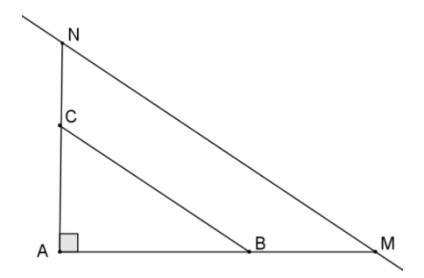
Exercice 40

1) Dans le triangle AMN, B appartient à [AM], C appartient à [AN] et (BC) est parallèle à (MN). On est donc dans une configuration de Thalès. On a donc :

$\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$ $\qquad \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{4{,}8}{6{,}4} = \dfrac{3}{4}$

On en déduit : $AM = \dfrac{4}{3}AB \qquad AN = \dfrac{4}{3}AC \qquad MN = \dfrac{4}{3}BC$

AMN est un agrandissement de ABC de facteur $\dfrac{4}{3}$.



La figure n'est pas à l'échelle

2) AMN étant un agrandissement de ABC, les angles sont conservés.
AMN est donc un triangle rectangle en A.

3) On calcule l'aire de ABC : $Aire_{ABC} = \dfrac{4{,}8 \times 3{,}3}{2} = 7{,}92 \text{ cm}^2$

En utilisant le facteur d'agrandissement : $Aire_{AMN} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 Aire_{ABC} = 14{,}08 \text{ cm}^2$

Exercice 41

On place un point O et on va construire les images des points A, B, C, D, E, F par l'homothétie de centre O et de rapport 2.
Pour A : on trace la demi-droite [OA). On reporte au compas la mesure de OA à partir de A pour trouver A'.
On procède de même pour les autres points.