Exercices d'entraînement – Corrigés

A vous de jouer !

AVDJ 1.

1) Calculer (les cases correspondent à des signes) :

$$\begin{aligned}5-(+9)+1-(-6)-12 &= 5\boxed{-}9\boxed{+}1\boxed{+}6\boxed{-}12\\ &= 5+1+6-9-12\\ &= 12-21\\ &= -9\end{aligned}$$

2) $-(9-6)+10+(-5+3)=-(3)+10+(-2)=-3+10-2=10-5=5$

AVDJ 2.

$(-5)\times(+4)=-20$ $\quad(-1{,}2)\times(-2)=2{,}4$ $\quad(+5)\times(-4)=-20$

$(-8)\times(-4)=32$ $\quad(+12)\times(-5)=-60$ $\quad(-3)\times(-4)=12$

$(+2)\times(+14)=28$ $\quad(-2)\times(+14)=-28$ $\quad(-14)\times(+2)=-28$

$(-5)\times1=-5$ $\quad(-1{,}2)\times0=0$ $\quad(-3)\times(-1)=3$

AVDJ 3.

$(-5)\times(+4)\times2\times(-4)=(-5)\times2\times(+4)\times(-4)=(-10)\times(-16)=160$

$(-15)\times(+32)=(-5)\times3\times2\times(+16)=(-5)\times2\times3\times16=(-10)\times48=-480$

AVDJ 4.

$2\times(-4)\times5\times(-8)\ >0$	(facteurs non nuls. 2 signes –)
$-(-0,4)\times5\times(-8)\ <0$	(facteurs non nuls. 3 signes –)
$2\times0\times5\times(-8)\ =0$	(1 facteur nul)

AVDJ 5.

$(-5):(+4)=-1{,}25$ $\quad(-1{,}2):(-2)=0{,}6$ $\quad(+5):(-4)=-1{,}25$

$(-8):(-4)=2$ $\quad(+12):(-5)=-2{,}4$ $\quad(-3):(-4)=0{,}75$

$(+2):(+4)=0{,}5$ $\quad(-1):(+8)=-0{,}125$ $\quad(-14):(+2)=-7$

$20:(-4)=-5$ $\quad-20:(-4)=5$ $\quad-12:4=-3$

$(-8):(+8)=-1$ $\quad(-1{,}2):(-1)=1{,}2$ $\quad(+5):1=5$

$(-8):(-8)=1$ $\quad(+12):(-1)=-12$ $\quad(-3):1=-3$

AVDJ 6.

$$\begin{aligned}A&=25:5-6+(-3)\times4\\&=5-6+(-12)\\&=5-6-12\\&=5-18\\&=-13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=4+5\times5-6\times4\\&=4+25-24\\&=29-24\\&=5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=(1+25:5)-6+2\times(-3+7)\\&=6-6+2\times4\\&=6-6+8\\&=0+8\\&=8\end{aligned}$$

AVDJ 7.

$\dfrac{6}{-7}=-\dfrac{6}{7}$; $\dfrac{-6}{-7}=\dfrac{6}{7}$; $\dfrac{-6}{7}=-\dfrac{6}{7}$

AVDJ 8.

1) $\boxed{\dfrac{-2}{5}}$; $\dfrac{7}{21}$; $\dfrac{-1}{-2}$; $\boxed{\dfrac{10}{11}}$; $\boxed{-5}$; $\dfrac{91}{13}$

2) $\dfrac{-12}{15}=\dfrac{-12:3}{15:3}=-\dfrac{4}{5}$ $\dfrac{-12}{6}=-2$; $\dfrac{2,8}{24}=\dfrac{28}{240}=\dfrac{28:4}{240:4}=\dfrac{7}{60}$; $\dfrac{-0,7}{-5,6}=\dfrac{7}{56}=\dfrac{7:7}{56:7}=\dfrac{1}{8}$

AVDJ 9.

- Prendre les $\dfrac{3}{5}$ de 8 revient à calculer $\dfrac{3}{5}\times 8$
- Prendre les $\dfrac{7}{8}$ de $\dfrac{2}{5}$ revient à calculer $\dfrac{7}{8}\times\dfrac{2}{5}$
- Prendre le quart de 47 revient à calculer $\dfrac{1}{4}\times 47$
- Prendre les deux tiers de 17 revient à calculer $\dfrac{2}{3}\times 17$

AVDJ 10.

$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{3\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times 2}=\dfrac{3}{2}$; $-\dfrac{3}{15}\times\left(-\dfrac{9}{2}\right)=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{9}{10}$

$\dfrac{5}{16}\times\left(-\dfrac{8}{3}\right)=-\dfrac{5\times 8}{16\times 3}=-\dfrac{5}{2\times 3}=-\dfrac{5}{6}$; $-\dfrac{28}{49}\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{4}{7}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{21}$

AVDJ 11.

$\dfrac{4}{7}:\dfrac{3}{5}=\dfrac{4}{7}\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{4\times 5}{7\times 3}=\dfrac{20}{21}$; $\dfrac{\frac{4}{5}}{7}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{7}=\dfrac{4}{35}$; $\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{7}}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{7}{3}=\dfrac{28}{15}$

$\dfrac{3}{5}:\dfrac{7}{15}=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{15}{7}=\dfrac{3\times 15}{5\times 7}=\dfrac{3\times\cancel{5}\times 3}{\cancel{5}\times 7}=\dfrac{9}{7}$

AVDJ 12.

$\dfrac{3}{7}+\dfrac{4}{7}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{7}+\dfrac{8}{7\times 5}=\dfrac{3\times 5}{7\times 5}+\dfrac{8}{7\times 5}=\dfrac{23}{35}$; $\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}\times(3+1)=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}\times 4=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{1}{5}$

AVDJ 13.

1) *Compléter* par : « est divisible» ou «n'est pas divisible» :
   - 12 est divisible par 3 **;** 14 est divisible par 7.
   - 8 n'est pas divisible par 16 **;** 56 est divisible par 8.

2) *Compléter* par : « multiple » ou « diviseur » :
   - 36 est un multiple de 4 ; 20 est un diviseur de 40.
   - 14 est un multiple de 7 ; 7 est un diviseur de 140.

3) *Compléter* par : « divise » ou « ne divise pas » :

- 9 ne divise pas 3 ; 3 divise 9.
- 8 divise 48 ; 6 ne divise pas 40.

AVDJ 14.

1) 9875 est divisible par **5** car il se termine par **5**.

2) 158 564 est divisible par 4 car **64** est divisible par **4**.

3) 1569 est divisible par **3** car $1+5+6+9=21$ et **21** est divisible par **3**.
Mais 1569 n'est pas divisible par 9 car **21** n'est pas divisible **9**.

4) 5892 est divisible par 2, 3, 4 mais pas par 5 et 9.

AVDJ 15.

	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\cancel{4}$	$\boxed{5}$	$\cancel{6}$	$\boxed{7}$	$\cancel{8}$	$\cancel{9}$	$\cancel{10}$
$\boxed{11}$	$\cancel{12}$	$\boxed{13}$	$\cancel{14}$	$\cancel{15}$	$\cancel{16}$	$\boxed{17}$	$\cancel{18}$	$\boxed{19}$	$\cancel{20}$
$\cancel{21}$	$\cancel{22}$	$\boxed{23}$	$\cancel{24}$	$\cancel{25}$	$\cancel{26}$	$\cancel{27}$	$\cancel{28}$	$\boxed{29}$	$\cancel{30}$
$\boxed{31}$	$\cancel{32}$	$\cancel{33}$	$\cancel{34}$	$\cancel{35}$	$\cancel{36}$	$\boxed{37}$	$\cancel{38}$	$\cancel{39}$	$\cancel{40}$
$\boxed{41}$	$\cancel{42}$	$\boxed{43}$	$\cancel{44}$	$\cancel{45}$	$\cancel{46}$	$\boxed{47}$	$\cancel{48}$	$\cancel{49}$	$\cancel{50}$
$\cancel{51}$	$\cancel{52}$	$\boxed{53}$	$\cancel{54}$	$\cancel{55}$	$\cancel{56}$	$\cancel{57}$	$\cancel{58}$	$\boxed{59}$	$\cancel{60}$
$\boxed{61}$	$\cancel{62}$	$\cancel{63}$	$\cancel{64}$	$\cancel{65}$	$\cancel{66}$	$\boxed{67}$	$\cancel{68}$	$\cancel{69}$	$\cancel{70}$
$\boxed{71}$	$\cancel{72}$	$\boxed{73}$	$\cancel{74}$	$\cancel{75}$	$\cancel{76}$	$\cancel{77}$	$\cancel{78}$	$\boxed{79}$	$\cancel{80}$
$\cancel{81}$	$\cancel{82}$	$\boxed{83}$	$\cancel{84}$	$\cancel{85}$	$\cancel{86}$	$\cancel{87}$	$\cancel{88}$	$\boxed{89}$	$\cancel{90}$
$\cancel{91}$	$\cancel{92}$	$\cancel{93}$	$\cancel{94}$	$\cancel{95}$	$\cancel{96}$	$\boxed{97}$	$\cancel{98}$	$\cancel{99}$	$\cancel{100}$

7) Les nombres premiers entre 50 et 100 sont : **53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97**.

AVDJ 16.

$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Donc $350=2\times5^2\times7$

AVDJ 17.

1) On décompose 231 et 165 en produit de facteurs **premiers**.

$$\begin{array}{r|l} 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$231=3\times7\times11$ $\qquad$ $165=3\times5\times11$

2) $\dfrac{231}{165}=\dfrac{\cancel{3}\times7\times\cancel{11}}{\cancel{3}\times5\times\cancel{11}}=\dfrac{7}{5}$ $\qquad$ $\dfrac{7}{5}$ est la fraction **irréductible** égale à $\dfrac{231}{165}$.

AVDJ 18.

1) On décompose 700 et 135 en produit de facteurs **premiers**.

$$\begin{array}{r|l} 700 & 2 \\ 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

$$700 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \qquad 135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

2) $\text{PGCD}(700\ ;135) = 5$

AVDJ 19.

On veut déterminer le PPCM de 700 et 135. On reprend les résultats de AVDJ 18

1) On décompose 700 et 135 en produit de facteurs **premiers**.

$$700 = 2^2 \times 5^2 \times 7 \qquad 135 = 3^3 \times 5$$

2) Les nombres premiers qui sont dans la décomposition de 700 ou de 135 sont : 2**, 3, 5, 7.**

3) $\text{PPCM}(700\ ;135) = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18\,900$

AVDJ 20.

4 est la racine carrée de **16** car 4 x 4 = **16**. Cela s'écrit : $4 = \sqrt{16}$

64 a pour racine carrée **8** car **8** x **8** = 64. Cela s'écrit : $\sqrt{64} = 8$

AVDJ 21.

1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144

AVDJ 22.

Encadrer avec 2 carrés parfaits : **49** < 56 < **64**. Donc **7** < $\sqrt{56}$ < **8**

AVDJ 23.

$\sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ $\qquad$ $\sqrt{35} = \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{7} \times \sqrt{5}$ $\qquad$ $\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7 \times 3} = \sqrt{21}$

AVDJ 24.

$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$ $\qquad$ $\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 25} = \sqrt{3 \times 5^2} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3 \times 2^2} = 2\sqrt{3}$ $\qquad$ $\sqrt{27} = \sqrt{3 \times 9} = \sqrt{3 \times 3^2} = 3\sqrt{3}$

$5\sqrt{2} = \sqrt{2 \times 5^2} = \sqrt{2 \times 25} = \sqrt{50}$ $\qquad$ $3\sqrt{5} = \sqrt{5 \times 3^2} = \sqrt{5 \times 9} = \sqrt{45}$

AVDJ 25.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $\qquad$ $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ $\qquad$ $9^0 = 1$

$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$ $\qquad$ $(-6) \times (-6) \times (-6) = (-6)^3$ $\qquad$ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

AVDJ 26.

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{125}$

$9^{-1} = \frac{1}{9}$

$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)} = -\frac{1}{8}$

$\frac{1}{7\times7\times7\times7\times7} = \frac{1}{7^5} = 7^{-5}$

AVDJ 27.

- 7^{-5} est **positif** (***a* positif**)
- $(-9)^7$ est **négatif** (***n* impair, *a* négatif**)
- $(-7)^{-6}$ est **positif** (***n* pair**)

AVDJ 28.

$$\begin{aligned} 2\times(5-4^2)+3\times2^3 &= 2\times(5-4\times4)+3\times2\times2\times2 \\ &= 2\times(5-16)+24 \\ &= 2\times(-11)+24 \\ &= -22+24 \\ &= 2 \end{aligned}$$

AVDJ 29.

$5^3\times5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

$5^3\times5^{-4} = 5^{3-4} = 5^{-1}$

$(5^3)^{-4} = 5^{3\times(-4)} = 5^{-12}$

$\frac{5^3}{5^4} = 5^{3-4} = 5^{-1}$

$\frac{5^3}{5^{-4}} = 5^{3-(-4)\dots} = 5^7$

$\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3$

$12^3 = (4\times3)^3 = 4^3\times3^3$

$3^{-8} = \frac{1}{3^8}$

$7^5\times5^5 = (7\times5)^5 = 35^5$

AVDJ 30.

$$\frac{3\times10^{-2}\times12\times10^4}{5\times10^3} = \frac{3\times12}{5}\times\frac{10^{-2}\times10^4}{10^3} = 7{,}2\times10^{-2+4-3} = 7{,}2\times10^{-1} = 0{,}72$$

AVDJ 31.

- Encadrez les nombres écrits en écriture scientifique :

56×10^2 $\quad$ $\boxed{-5\times10^3}$ $\quad$ $\boxed{-3}$ $\quad$ $\boxed{-2{,}25\times10^{-2}}$ $\quad$ $\boxed{-3\times10}$ $\quad$ $0{,}6\times10^3$ $\quad$ 50

- Écrire en notation scientifique :

$5645{,}6 = 5{,}6456\times10^3$ $\quad$ $0{,}025 = 2{,}5\times10^{-2}$ $\quad$ $-100{,}25 = -1{,}0025\times10^2$

AVDJ 32.

1 nm se lit un **nanomètre**.
Il s'agit d'une unité **sous-multiple** du mètre.

$1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m} = 0{,}000000001\text{ m}$

Le wattheure (Wh) est une unité d'énergie électrique.
1 MWh se lit un **mégawattheure**.
Il s'agit d'une unité **multiple** du **wattheure.**
1 MWh = 10^6 Wh = **1 000 000** Wh

AVDJ 33.

$1\ \mu m = 10^{-6}\ m$ donc $1\ m = 10^{6}\ \mu m$

$1\ nm = 10^{-9}\ m = 10^{-9} \times 10^{6}\ \mu m = 10^{-3}\ \mu m$

$1\ kW = 10^{3}\ W$ donc $1\ W = 10^{-3}\ kW$

$1\ GW = 10^{9}\ W = 10^{9} \times 10^{-3}\ kW = 10^{6}\ kW$

AVDJ 34.

$A = (x-3)(2+3y) = x \times 2 + x \times 3y + (-3) \times 2 + (-3) \times 3y$
$A = 2x + 3xy - 6 - 9y$

$B = (3x+2)(5x-2) = 3x \times 5x \boxed{-} 3x \times 2 + 2 \times 5x \boxed{-} 2 \times 2$

$B = 15x^2 \boxed{-} 6x \boxed{+} 10x \boxed{-} 4$

$B = 15x^2 \boxed{+} 4x \boxed{-} 4$

AVDJ 35.

$A = (x-3)(2+3x) = x \times 2 \boxed{+} x \times 3x \boxed{-} 3 \times 2 \boxed{-} 3 \times 3x$

$A = 2x \boxed{+} 3x^2 \boxed{-} 6 \boxed{-} 9x$

$A = 3x^2 \boxed{-} 7x \boxed{-} 6$

AVDJ 36.

$(3x+4)^2$ est de la forme $(a \boxed{+} b)^2$

$(3x+4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16$

$(3x-4)^2$ est de la forme $(a \boxed{-} b)^2$

$(3x-4)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 - 24x + 16$

$(3x+4)(3x-4)$ est de la forme $(a+b)(a-b)$

$(3x+4)(3x-4) = (3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$

AVDJ 37.

La **cellule** A1 contient la **valeur** 6.
La **cellule** B1 contient la **formule** « =A1***2+10** »
Comme A1 contient la valeur 6, la **valeur** de B1 vaut **22** car $6 \times 2 + 10 = 22$.
Si on attribue la valeur 4 à A1, alors la cellule B1 affichera **18** car $4 \times 2 + 10 = 18$

AVDJ 38.

Expression littérale	Formule dans B1
$x^2 - 2x(3x-5)$	=A1**^2**–2***A1***(3***A1**–5)
$\dfrac{x+9}{x^2+1}$	=(A1+9)**/**(A1**^2**+1)

AVDJ 39.

$3x = -9 - x$

$3x + x = -9$

$4x = -9$

$\boxed{x = -\frac{9}{4}}$

$3x + 4(x-2) = 9 - x$

$3x + 4x - 8 = 9 - x$

$7x - 8 = 9 - x$

$7x + x = 9 + 8$

$8x = 17$

$\boxed{x = \frac{17}{8}}$

$\frac{3}{x-1} = \frac{4}{2x-1}$

$3(2x-1) = 4(x-1)$

$6x - 3 = 4x - 4$

$6x - 4x = -4 + 3$

$2x = -1$

$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$

AVDJ 40.

Résoudre l'équation $(2x-3)(x+5) = 0$

Un produit est nul si et seulement si **l'un des facteurs est nul**.

$2x - 3 = 0$ ou $x + 5 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = -5$

AVDJ 41.

1)

$(x-3)^2 = (x-3)(2x+2)$

$(x-3)^2 - (x-3)(2x+2) = 0$

$(x-3)\left[(x-3)-(2x+2)\right] = 0$

$(x-3)(x-3-2x-2) = 0$

$(x-3)(-x-5) = 0$

Un produit est nul si et seulement si **l'un des facteurs est nul.**

$x - 3 = 0$ ou $-x - 5 = 0$

$x = 3$ ou $x = -5$

2) On reconnait **une identité remarquable**.

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)^2 = 0$

$x - 3 = 0$

$x = 3$

AVDJ 42.

$x^2 = 32$

$x^2 - 32 = 0$

$(x+\sqrt{32})(x-\sqrt{32}) = 0$

Un produit est nul si et seulement si **l'un des facteurs est nul.**

$x + \sqrt{32} = 0$ ou $x - \sqrt{32} = 0$

$x = -\sqrt{32} = -4\sqrt{2}$ ou $x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

AVDJ 43.

Si $0 \le a \le 8$ alors $0 \le \frac{a}{4} \le \frac{8}{4}$ soit $0 \le \frac{a}{4} \le 2$

Si $0 \le a \le 8$ alors $-\frac{a}{4} \boxed{\ge} \frac{8}{-4}$ soit $-\frac{a}{4} \boxed{\ge} -2$

Si $0 < a \le 8$ alors $\frac{1}{a} \boxed{\ge} \frac{1}{8}$

AVDJ 44.

$3x - 12 < 0$	$3x + 12 \le 0$	$-3x + 12 \le 0$
$3x < 12$	$3x \le -12$	$-3x \boxed{\le} -12$
$x < \frac{12}{3}$	$x \le -\frac{12}{3}$	$x \boxed{\ge} \frac{-12}{-3}$
$x < 4$	$x \le -4$	$x \boxed{\ge} 4$

AVDJ 45.

$7x + 5 \le 5x + 3$

$7x - 5x \le 3 - 5$

$2x \le -2$

$x \le \frac{-2}{2}$

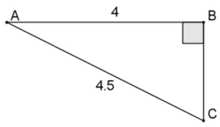
$x \le -1$

AVDJ 46.

Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a: $AC^2 = BC^2 + AB^2$.

$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 4{,}5^2 - 4^2 = 4{,}25$ $BC = \sqrt{4{,}25}$ $BC \approx 2{,}1$



AVDJ 47.

1. ABC *est-il rectangle ?*

Le côté le plus long est [AC].

On calcule : $AC^2 = 5{,}8^2 = 33{,}64$

On calcule $AB^2 + BC^2 = 2{,}8^2 + 5^2 = 7{,}84 + 25 = 32{,}84$

$AB^2 + BC^2 \ne AC^2$

D'après **le théorème de Pythagore (contraposée)**, le triangle **n'est pas** rectangle.

2. DEF *est-il rectangle ?*

Le côté le plus long est [EF].

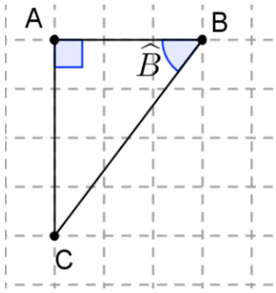
On calcule : $EF^2 = 6^2 = 36$

On calcule $DE^2 + DF^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$

$DE^2 + DF^2 = EF^2$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle **est** rectangle en **D.**

AVDJ 48.



AB=3 cm
AC=4 cm
BC=5 cm

$$\cos\widehat{B}=\frac{\textit{longeur du côté adjacent}}{\textit{longeur hypoténuse}}=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{5}=0,6$$

$$\sin\widehat{B}=\frac{\textit{longeur du côté opposé}}{\textit{longeur hypoténuse}}=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{5}=0,8$$

$$\tan\widehat{B}=\frac{\textit{longeur du côté opposé}}{\textit{longeur du côté adjacent}}=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{3}$$

AVDJ 49.

$\cos 40° \approx 0,766$; $\sin 65° \approx 0,906$; $\tan 28° \approx 0,532$; $\cos 90° = 0$

AVDJ 50.

Dans le triangle ABC **rectangle** en B,

calcul de AC : $\cos\widehat{BAC}=\cos 34°=\frac{AB}{AC}$ donc $\cos 34° \times AC = AB$ $AC=\frac{3}{\cos 34°}$ $AC \approx 3,6$

calcul de BC : $\tan\widehat{BAC}=\tan 34°=\frac{BC}{AB}$ donc $BC = AB \times \tan 34° = 3 \times \tan 34°$ $BC \approx 2,0$

AVDJ 51.

$\cos^{-1} 0,158 \approx 81°$ $\sin^{-1} 0,85 \approx 58°$ $\tan^{-1} 0,58 \approx 30°$

AVDJ 52.

Dans le triangle DEF rectangle en E,

$\cos\widehat{EFD}=\frac{EF}{DF}=\frac{2}{4,3}=0,465$ donc $\widehat{EFD}=\cos^{-1} 0,465 \approx 62°$

Les angles $\widehat{EFD}$ et $\widehat{FDE}$ sont **complémentaires**. Donc $\widehat{FDE} \simeq 90-62 \approx 28°$

AVDJ 53.

Dans le triangle ABC **rectangle** en B,

$\tan\widehat{BAC}=\tan 30°=\frac{BC}{AB}$ donc $BC = AB \times \tan 30° = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

AVDJ 54.

Si $\cos\hat{A}=0,3$ alors $\sin^2\hat{A}=1-\cos^2\hat{A}=1-0,09=0,91$ donc $\sin\hat{A}=\sqrt{0,91}$

d'où $\sin\hat{A} \approx 0,954$

$\tan\hat{A}=\frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}=\frac{0,954}{0,3}$ d'où $\tan\hat{A} \approx 3,18$

Exercices

1. Rappels sur le calcul numérique

Exercice 1

$(-6)+(+4)=-2$; $(-2{,}1)+(+2{,}1)=0$; $(+7)+(-4)=3$; $(+3{,}2)+(-5)=-1{,}8$

$1{,}5\times(-3)=-4{,}5$; $(-4)\times(-2)=8$; $4\times18\times(-0{,}25)=-4\times0{,}25\times18=-18$

$15:(-2)=-7{,}5$; $5:(-5)=-1$; $(-75)\times16=-3\times(25\times4)\times4=-1200$

Exercice 2

$$A=-9-(-5+1{,}7)+(8-1{,}6)-(+2{,}3)-(7-2{,}1)=-9-(-3{,}3)+(6{,}4)-(+2{,}3)-(4{,}9)$$
$$=-9+3{,}3+6{,}4-2{,}3-4{,}9=-6{,}5$$

$$B=-(-3)-(-4+1{,}7)+(-5{,}2-4)-(2{,}4-3)=3-(-2{,}3)+(-9{,}2)-(-0{,}6)=3+2{,}3-9{,}2+0{,}6=-3{,}3$$

$$C=6-10\times2+4\times(-3)=\quad 6-20-12=\quad -26$$

$$D=9:4-1=2{,}25-1=1{,}25$$

$$E=5\times3-9:2=15-4{,}5=10{,}5$$

$$F=(10-8:2)\times(6:2-8)-20:(5-1)=(10-4)\times(3-8)-20:4=6\times(-5)-5=-30-5=-35$$

$$G=(2-3\times5):(9-5)-2\times[12-2\times(2\times1{,}1-0{,}7)]=(2-15):4-2\times[12-2\times(2{,}2-0{,}7)]$$
$$=-13:4-2\times(12-2\times1{,}5)=-3{,}25-2\times(12-3)=-3{,}25-2\times9=-3{,}25-18=-21{,}25$$

Exercice 3

$\dfrac{-12}{27}=-\dfrac{\cancel{3}\times4}{\cancel{3}\times9}=\boxed{-\dfrac{4}{9}}$; $\dfrac{54}{27}=\boxed{2}$; $-\dfrac{52}{24}=-\dfrac{\cancel{4}\times13}{\cancel{4}\times6}=\boxed{-\dfrac{13}{6}}$; $\dfrac{2{,}8}{4}=\dfrac{28}{40}=\dfrac{\cancel{4}\times7}{\cancel{4}\times10}=\boxed{\dfrac{7}{10}}$

Exercice 4

$\dfrac{12}{7}=\dfrac{156}{91}$ car $91\times12=1092$ et $7\times156=1092$

$-\dfrac{24}{19}\neq\dfrac{116}{-95}$ car $(-24)\times(-95)=2280$ et $19\times116=2204$

Exercice 5

$\dfrac{-1}{7}-\dfrac{20}{7}=-\dfrac{21}{7}=\boxed{-3}$; $\dfrac{3}{19}+\dfrac{31}{38}=\dfrac{6}{38}+\dfrac{31}{38}=\boxed{\dfrac{37}{38}}$; $\dfrac{5}{16}-\dfrac{16}{32}=\dfrac{10}{32}-\dfrac{16}{32}=-\dfrac{6}{32}=\boxed{-\dfrac{3}{16}}$; $\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{10}{35}+\dfrac{7}{35}=\boxed{\dfrac{17}{35}}$

$\dfrac{-5}{9}\times\dfrac{5}{7}=\boxed{-\dfrac{25}{63}}$; $\dfrac{8}{3}\times\dfrac{15}{3}=\dfrac{8}{3}\times5=\boxed{\dfrac{40}{3}}$; $\dfrac{12}{13}\times(-\dfrac{26}{3})=-\dfrac{\cancel{3}\times4\times2\times\cancel{13}}{\cancel{13}\times\cancel{3}}=\boxed{-8}$; $6\times\dfrac{21}{42}=6\times\dfrac{1}{2}=\boxed{3}$

$\dfrac{18}{7}:(-\dfrac{6}{5})=-\dfrac{18}{7}\times\dfrac{5}{6}=-\dfrac{3\times\cancel{6}}{7}\times\dfrac{5}{\cancel{6}}=\boxed{-\dfrac{15}{7}}$; $\dfrac{-\dfrac{24}{5}}{-\dfrac{8}{3}}=\dfrac{24}{5}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{\cancel{8}\times3}{5}\times\dfrac{3}{\cancel{8}}=\boxed{\dfrac{9}{5}}$; $\dfrac{5}{8}:\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{8}\times3=\boxed{\dfrac{15}{8}}$

Exercice 6

$$A=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}(\frac{5}{9}:\frac{10}{7})=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}(\frac{5}{9}\times\frac{7}{10})=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{\cancel{5}}{9}\times\frac{7}{\cancel{5}\times 2}=\frac{3\times 18}{2\times 18}-\frac{1}{2}\times\frac{\cancel{5}}{9}\times\frac{7}{\cancel{5}\times 2}=\frac{54-7}{2\times 18}=\boxed{\frac{47}{36}}$$

$$B=\frac{1-\frac{2}{5}}{2+\frac{3}{11}}=\frac{\frac{5}{5}-\frac{2}{5}}{\frac{22}{11}+\frac{3}{11}}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{25}{11}}=\frac{3}{5}\times\frac{11}{25}=\boxed{\frac{33}{125}}$$

Exercice 7

1)

$$\frac{25}{35}=\frac{\cancel{5}\times 5}{\cancel{5}\times 7}=\boxed{\frac{5}{7}}\ ;\ 0,2=\frac{2}{10}=\boxed{\frac{1}{5}}\ ;\ \frac{1,4}{20}=\frac{14}{200}=\frac{\cancel{2}\times 7}{\cancel{2}\times 100}=\boxed{\frac{7}{100}}\ ;\ \frac{6}{1,5}=\frac{60}{15}=\boxed{4}\ ;\ 3,2=\frac{32}{10}=\frac{\cancel{2}\times 16}{\cancel{2}\times 5}=\boxed{\frac{16}{5}}$$

2) 0,2 et 3,2 sont de manière évidente des nombres décimaux ($0,2=\frac{2}{10}$ et $3,2=\frac{32}{10}$)

$\frac{1,4}{20}=0,07$ et $\frac{6}{1,5}=4$ sont également des décimaux.

car $\frac{14}{200}=\frac{2\times 7}{2\times 100}=\frac{7}{100}$ et $\frac{6}{1,5}=\frac{60}{15}=\frac{120}{30}=\frac{3\times 4\times 10}{3\times 10}=\frac{4\times 10}{10}=\frac{40}{10}=4$

Exercice 8

$$A=-3\times(2-7,1)+(\frac{2}{5}-3)=-3\times(-5,1)+(\frac{2-15}{5})=15,3-\frac{13}{5}=\frac{153}{10}-\frac{26}{10}=\boxed{\frac{127}{10}}$$

$$B=2,4-2\times(\frac{3}{8}+4)=\frac{24}{10}-2\times\frac{3+32}{8}=\frac{12}{5}-\frac{35}{4}=\frac{12\times 4}{20}-\frac{35\times 5}{20}=\boxed{-\frac{127}{20}}$$

$$C=4+\frac{3}{4}(1-\frac{2}{3})=4+\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=4+\frac{1}{4}=\boxed{\frac{17}{4}}$$

$$D=(4\times\frac{1}{7}+3):(4-\frac{1}{2})=\frac{4+21}{7}:\frac{8-1}{2}=\frac{25}{7}:\frac{7}{2}=\frac{25}{7}\times\frac{2}{7}=\boxed{\frac{50}{49}}$$

$$E=\frac{\frac{1}{2}-\frac{2}{5}}{\frac{23}{5}-2\times(3+\frac{1}{5})}=\frac{\frac{5-4}{10}}{\frac{23}{5}-2\times\frac{16}{5}}=\frac{\frac{5-4}{10}}{\frac{23}{5}-\frac{32}{5}}=-\frac{1}{10}\times\frac{5}{9}=\boxed{-\frac{1}{18}}$$

2. Divisibilité, nombres premiers

Exercice 9

- a est **divisible** par b
- c est un **diviseur** de a.
- b **divise** a.
- a est un **multiple** de c.

Exercice 10

	2	3	4	5	9	10
5236	O	N	O	N	N	N
875	N	N	N	O	N	N
98520	O	O	O	O	N	O

Exercice 11

Les nombres finissant par 7 entre 268 et 300 sont : 277-287-297
On fait la somme des chiffres de ces 3 nombres.
$277 \to 2+7+7=16$ $\quad 287 \to 2+8+7=17$ $\quad 297 \to 2+9+7=18$
Seul 297 est divisible par 9.
Je suis donc 297.

Exercice 12

1) Les diviseurs de 48 sont : $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$
Les diviseurs de 18 sont : $1, 2, 3, 6, 9, 18$
Les diviseurs communs de 48 et 18 sont : $1, 2, 3, 6$.
PGCD(48;18)=6

2) $48 = 16 \times 3 = \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2 \times \cancel{3}$ $\quad 18 = 2 \times 9 = \cancel{2} \times 3 \times \cancel{3}$ $\quad \boxed{\text{PGCD}(48;18) = 2 \times 3 = 6}$

3) $48 = 2^4 \times 3$ $\quad 18 = 2 \times 9 = 2 \times 3^2$ $\quad \boxed{\text{PPCM}(48;18) = 2^4 \times 3^2 = 144}$

Exercice 13

1) Déterminer les décompositions en facteurs premiers de 256 et 480.

256	2	480	2
128	2	240	2
64	2	120	2
32	2	60	2
16	2	30	2
8	2	15	3
4	2	5	5
2	2	1	
1			

$256 = 2^8$ $\quad 480 = 2^5 \times 3 \times 5$

2) $\dfrac{256}{480} = \dfrac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 5} = \dfrac{8}{15}$.

Exercice 14

Soit *d* le nombre de bouquets cherché. Si les bouquets sont identiques, *d* doit diviser 378 et *d* doit diviser 270. Comme on cherche le plus grand nombre de bouquets possible, cela revient à dire que *d* est le plus grand diviseur commun de 378 et de 270. *d* est donc le PGCD de 378 et 270.

$$\begin{array}{r|l} 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$378 = 2\times3\times3\times3\times7 \quad 270 = 2\times3\times3\times3\times5$

$$\text{PGCD}(378;270) = 2\times3\times3\times3 = 54$$

Le fleuriste pourra faire 54 bouquets identiques.

Composition d'un bouquet : $378 = 54\times7 \qquad 270 = 54\times5$

Chaque bouquet sera composé de 7 tulipes jaunes et de 5 tulipes rouges.

Exercice 15

Les 2 voitures se retrouvent après un nombre entier de tours. On détermine le PPCM de 36 et de 30.

$36 = 4\times9 = 2^2\times3^2 \qquad 30 = 3\times10 = 2\times3\times5$

$\text{PPCM}(30;36) = 2^2\times3^2\times5 = 4\times9\times5 = 180$

Les 2 voitures se retrouveront après 180 min.

3. Racines carrées

Exercice 16

$25 < 29 < 36$ donc $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$ donc $5<\sqrt{29}<6$

$121 < 129 < 144$ donc $11 < \sqrt{129} < 12$

Exercice 17

$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = \boxed{6}$; $\sqrt{4\,900} = \sqrt{49\times100} = \sqrt{49}\times\sqrt{100} = 7\times10 = \boxed{70}$;

$\sqrt{0,81} = \sqrt{81\times0,01} = \sqrt{81}\times\sqrt{0,01} = 9\times0,1 = \boxed{0,9}$

Exercice 18

$\sqrt{20} = \sqrt{2^2\times5} = \boxed{2\sqrt{5}}$; $\sqrt{72} = \sqrt{9\times4\times2} = \sqrt{3^2\times2^2\times2} = 3\times2\sqrt{2} = \boxed{6\sqrt{2}}$

$3\sqrt{28} = 3\sqrt{2^2\times7} = 3\times2\sqrt{7} = \boxed{6\sqrt{7}}$; $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$; $\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \dfrac{6\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}\times\sqrt{7}} = \dfrac{6}{\sqrt{7}} = \dfrac{6\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \boxed{\dfrac{6}{7}\sqrt{7}}$

Exercice 19

D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

Donc $BC = \sqrt{34}$ $\qquad \boxed{BC \approx 5,8 \text{ cm}}$

4. Puissances d'un nombre

Exercice 20

$2^4 = 16$ $\quad (-3)^3 = -27$ $\quad -(-5)^2 = -25$ $\quad 2^{-2} = 0,25$

$10^{-2} = 0,01$ $\quad (-10)^2 = 100$ $\quad -10^4 = -10\,000$ $\quad (-100)^3 = -1\,000\,000$

Exercice 21

$3^5 \times 3^4 = 3^9$ $\quad 7^{-5} \times 7^2 = 7^{-3}$ $\quad 5 \times 5^{-3} = 5^{-2}$ $\quad 5^7 \times 5^{-3} = 5^4$

$\frac{4^4}{4^5} = 4^{-1}$ $\quad \frac{5^4}{5^{-5}} = 5^9$ $\quad \frac{10}{10^5} = 10^{-4}$ $\quad \frac{6^{-1}}{6^7} = 6^{-8}$

Exercice 22

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ $\quad \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ $\quad \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ $\quad \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

Exercice 23

$\frac{6^2 \times 6^{-3}}{6^5} = 6^{2-3-5} = 6^{-6}$ $\quad \frac{2^8 \times 3^8}{6^{-5}} = \frac{6^8}{6^{-5}} = 6^{8+5} = 6^{13}$ $\quad \frac{\left(2^3\right)^5 \times 4^{-8}}{2^{-1}} = \frac{2^{15} \times (2^2)^{-8}}{2^{-1}} = \frac{2^{15} \times 2^{-16}}{2^{-1}} = \frac{2^{-1}}{2^{-1}} = 1$

Exercice 24

$$A = \frac{270 \times 10^2}{9 \times 10^{-1}} = \frac{27 \times 10 \times 10^2}{9 \times 10^{-1}} = 3 \times 10^{1+2+1} = 3 \times 10^4$$

écriture décimale : 30000 $\quad$ écriture scientifique : 3×10^4

$$B = \frac{1,5 \times 10^{-3} \times 10^5}{3 \times 10^6} == \frac{15 \times 10^{-1} \times 10^{-3} \times 10^5}{3 \times 10^6} == \frac{15 \times 10}{3 \times 10^6} = 5 \times 10^{-5}$$

écriture décimale : 0,00005 $\quad$ écriture scientifique : 5×10^{-5}

$$C = \frac{2^2 \times 2,1 \times \left(10^{-5}\right)^2 \times 5^2}{0,07} = \frac{4 \times 21 \times 10^{-1} \times \left(10^{-5}\right)^2 \times 5^2}{7 \times 10^{-2}} = \frac{2^2 \times 3 \times 10^{-1} \times 10^{-10} \times 5^2}{10^{-2}}$$

$$= \frac{3 \times (2 \times 5)^2 \times 10^{-1} \times 10^{-10}}{10^{-2}} = \frac{3 \times 10^2 \times 10^{-1} \times 10^{-10}}{10^{-2}} = 3 \times \frac{10^{-9}}{10^{-2}} = 3 \times 10^{-7}$$

écriture décimale : 0,0000003 $\quad$ écriture scientifique : 3×10^{-7}

$$D = \frac{12 \times 10^2}{1,5 \times 10^{-1}} = \frac{12 \times 10^2}{15 \times 10^{-2}} = \frac{4 \times 10^2}{5 \times 10^{-2}} = 0,8 \times 10^4$$

écriture décimale : 8000 $\quad$ écriture scientifique : 8×10^3

$$E = \frac{1,5 \times 10^{-1} + 2,1 \times 10^2}{3 \times 10^{-1}} = \frac{0,15 + 210}{3 \times 10^{-1}} = \frac{210,15}{3 \times 10^{-1}} = 70,05 \times 10 = 700,5$$

écriture décimale : 700,5 $\quad$ écriture scientifique : $7,005 \times 10^2$

Exercice 25

symbole	nom	exemple de conversion
1 µg	1 **microgramme**	$10^{-6}\times10^{-3}=10^{-9}$ kg
1 **MW**	1 mégawatt	$10^{6}\times10^{-9}=10^{-3}$ GW
1 nm	1 **nanomètre**	$10^{-9}\times10^{2}=10^{-7}$ cm

Exercice 26

1) 1 Mo $=10^6$ o $=8\times10^6$ bits
2) 120 Go $=120\times10^9$ ko

$$\frac{120\times10^6}{250}=480\ 000\ 000$$

Un disque dur de 120 Go peut contenir 480000 fichiers faisant 250 ko.

5. Calcul littéral

Exercice 27

1) $A=x\times(-3)\times x=-3x^2$ | $B=-0,2\times x\times5\times y=-xy$ | $C=4a\times(-9)b=-36ab$

$D=-0,2\times a\times(-4)b^2=0,8ab^2$ | $E=-\frac{2}{5}\times x\times(-\frac{1}{3})y=\frac{2}{15}xy$

2) $x\times4\times\boxed{(-x)}=-4x^2$ $\quad\boxed{5}\times x\times\frac{1}{5}\times\boxed{y}=xy$ $\quad-0,2x\times\boxed{(-10)}y=2xy$

Exercice 28

$A=(4x+0,6)-(5x-3)=4x+0,6-5x+3=-x+3,6$

$B=(-3y+5)+(3-y)=-3y+5+3-y=-4y+8$

$C=-(2a-4)+(4-a)+(3-a)=-2a+4+4-a+3-a=(-2-1-1)a+4+4+3=-4a+11$

$D=6b-(-4b^2-b)=6b+4b^2+b=4b^2+7b$

$E=-(12z^2-4z+4)-3z^2+z+(-2z^2+4)=-12z^2+4z-4-3z^2+z-2z^2+4$

$\quad=(-12-3-2)z^2+(4+1)z-4+4=-17z^2+5z$

Exercice 29

$A=(2x+3)(5x+2)=2x\times5x+2x\times2+3\times5x+3\times2$

$\quad=10x^2+4x+15x+6=10x^2+19x+6$

$B=(2x-3)(3x+2)=2x\times3x+2x\times2-3\times3x-3\times2$

$\quad=6x^2+4x-9x-6=6x^2-5x-6$

$C=(2x-3)(4-x)=2x\times4-2x\times x-3\times4+3\times x$

$\quad=8x-2x^2-12+3x=-2x^2+11x-12$

$D=(2x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=2x\times x+2x\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times x-\sqrt{5}\times\sqrt{5}$

$\quad=2x^2+2x\sqrt{5}-x\sqrt{5}-5=2x^2+x\sqrt{5}-5$

Exercice 30

$A=(5x+4)^2=(5x)^2+2\times 5x\times 4+4^2=25x^2+40x+16$

$B=(1-x)^2=1^2-2\times x+x^2=x^2-2x+1$

$C=(x-\sqrt{3})^2=x^2-2\times x\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=x^2-2\sqrt{3}x+3$

$D=(3x-\sqrt{5})(3x+\sqrt{5})=(3x)^2-(\sqrt{5})^2=9x^2-5$

Exercice 31

$A=9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x+1^2=(3x-1)^2$

$B=25x^2+20x+4=(5x)^2+2\times 5x\times 2+2^2=(5x+2)^2$

$C=3x^2-16=(\sqrt{3}x)^2-4^2=(\sqrt{3}x+4)(\sqrt{3}x-4)$

Exercice 32

$A=(1+\sqrt{2})^2=1^2+2\times 1\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=1+2\sqrt{2}+2=\boxed{3+2\sqrt{2}}$

$B=(3-\sqrt{2})^2=3^2-2\times 3\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=9-6\sqrt{2}+2=\boxed{11-6\sqrt{2}}$

$C=(\sqrt{2}-2)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times 2+2^2=2-2\sqrt{2}\times 2+4=2-4\sqrt{2}+4=\boxed{6-4\sqrt{2}}$

Exercice 33

On a souligné les identités remarquables.

$A=(x+4)(2x+7)=2x^2+7x+8x+28=2x^2+15x+28$

$B=(-x+2)(\frac{2}{3}x-3)=-\frac{2}{3}x^2+3x+\frac{4}{3}x-6=-\frac{2}{3}x^2+\frac{13}{3}x-6$

$C=\underline{(4-3x)(4+3x)}=16-9x^2$

Exercice 34

On a souligné les identités remarquables.

$A=(x-2)(2x+4)+\underline{(3x-4)^2}=(2x^2+4x-4x-8)+(9x^2-2\times 3x\times 4+16)$

$=2x^2-8+9x^2-24x+16=11x^2-24x+8$

$B=-3(x-4)+2x(5x-8)=-(3x-12)+(10x^2-16x)=-3x+12+10x^2-16x=10x^2-19x+12$

$C=3x-\underline{(1-x)(1+x)}=3x-(1-x^2)=3x-1+x^2=x^2+3x-1$

$D=(x+2)-(x+2)(x+6)=(x+2)-(x^2+2x+6x+12)$

$=x+2-(x^2+8x+12)=x+2-x^2-8x-12=-x^2-7x-10$

$E=\underline{(\frac{3}{5}x-2)^2}-(x-\frac{1}{5})(2x+\frac{5}{2})=\frac{9}{25}x^2-2\times\frac{3}{5}x\times 2+4-(2x^2+\frac{5}{2}\times x-\frac{1}{5}\times 2x-\frac{1}{5}\times\frac{5}{2})$

$=\frac{9}{25}x^2-\frac{12}{5}x+4-(2x^2+\frac{25}{10}x-\frac{4}{10}x-\frac{1}{2})=\frac{9}{25}x^2-\frac{12}{5}x+4-2x^2-\frac{21}{10}x+\frac{1}{2}$

$=(\frac{9}{25}-2)x^2+(-\frac{12}{5}-\frac{21}{10})x+\frac{9}{2}=-\frac{41}{25}x^2-\frac{45}{10}x+\frac{9}{2}=-\frac{41}{25}x^2-\frac{9}{2}x+\frac{9}{2}$

Exercice 35

$$\frac{7}{\sqrt{2}+3}-\frac{7}{\sqrt{2}-3}=\frac{7(\sqrt{2}-3)}{(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-3)}-\frac{7(\sqrt{2}+3)}{(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3)}=\frac{7\sqrt{2}-21-(7\sqrt{2}+21)}{2-9}=\frac{-42}{-7}=6$$

$\frac{7}{\sqrt{2}+3}-\frac{7}{\sqrt{2}-3}$ **est un nombre entier.**

Exercice 36

$A=15x-3y=3\times 5x-3y=3(5x-y)$

$B=x+3xy=x(1+3y)$

$C=-10x-20=10(-x-2)=-10(x+2)$

$D=3x-9xy=3x-3\times 3xy=3x(1-3y)$

$E=-14x^2-21xy=-7\times 2x^2-7\times 3xy==7x(-2x-3y)=-7x(2x+3y)$

$F=4x^2y-32xy^2=4xy(x-8y)$

Exercice 37

On a souligné les identités remarquables.

$A=(2x+3)^2+(2x+3)(8x-1)=(2x+3)[(2x+3)+(8x-1)]$
$\quad=(2x+3)(2x+3+8x-1)=(2x+3)(10x+2)=2(2x+3)(5x+1)$

$B=\underline{x^2-9}+(x-3)(x+1)=(x-3)(x+3)+(x-3)(x+1)$
$\quad=(x-3)[(x+3)+(x+1)]=(x-3)(2x+4)=2(x-3)(x+2)$

$C=3x(x-4)-(x-4)=(x-4)(3x-1)$

$D=3(x-1)+\underline{x^2-2x+1}=3(x-1)+(x-1)^2=(x-1)[3+(x-1)]=(x-1)(x+2)$

$E=\underline{(3x-1)^2-(2x+1)^2}=[(3x-1)+(2x+1)][(3x-1)-(2x+1)]=5x(x-2)$

$F=4x(x+7)-(x+7)(1-x)=(x+7)[4x-(1-x)]=(x+7)(5x-1)$

Exercice 38

Expression littérale (simplifiée)	Formule dans B1
$3(x-2)(x+\frac{1}{2})$	=3*(A1−2)*(A1+1/2)
$(7x-5)(2x+1)$	=(7*A1−5)*(2*A1 +1)
$3x(2x^2+\frac{5}{2})$	=3*A1*(2*A1^2+5/2)

6. Équations

Exercice 39

$a) x-4,2=11,3$

$x=11,3+4,2$

$\boxed{x=15,5}$

$b) -14,1-2x=25$

$-2x=25+14,1$

$2x=-39,1$

$\boxed{x=-19,55}$

$c) 4x=-17,6$

$x=-\dfrac{17,6}{4}$

$\boxed{x=-4,4}$

$d) 3(x+2)-4=-12$

$3x+6-4=-12$

$3x+2=-12$

$3x=-12-2$

$3x=-14$

$\boxed{x=-\dfrac{14}{3}}$

$e) \dfrac{2x}{5}-\dfrac{x-3}{3}=-1+\dfrac{2x+3}{15}$

$\dfrac{2x}{5}\times 15-\dfrac{x-3}{3}\times 15=(-1+\dfrac{2x+3}{15})\times 15$

$3\times 2x-5(x-3)=-15+2x+3$

$6x-5x+15=-12+2x$

$x-2x=-12-15$

$-x=-27$

$\boxed{x=27}$

$f) \dfrac{x-2}{x+1}=-4$

$x-2=-4(x+1)$

$x-2=-4x-4$

$x+4x=-4+2$

$5x=-2$

$\boxed{x=-\dfrac{2}{5}=-0,4}$

Exercice 40

On appelle x le nombre choisi. Le programme de calcul donne :

- ✓ Choisir un nombre : x
- ✓ Lui ajouter 4 : $x+4$
- ✓ Multiplier le résultat par 5 : $5(x+4)$
- ✓ Retrancher 12 : $5(x+4)-12$

On doit donc résoudre :

$5(x+4)-12=x$

$5x+20-12=x$

$5x+8=x$

$5x-x=-8$

$4x=-8$

$x=-2$

→ **On doit donc choisir -2 pour retrouver le nombre initial.**

Exercice 41

1) D'après le tableur, les formules de B6 et C6 donnent une valeur identique. **-3 <u>semble</u> donc être solution**.
2) $3(-3)+2=-9+2=-7$ $\quad 5(-3)+8=-15+8=-7$ **-3 est donc <u>une</u> solution**.
3) On résout l'équation.

$3x+2=5x+8$

$2-8=5x-3x$

$2x=-6$

$x=\dfrac{-6}{2}$

$x=-3$

-3 est donc <u>la seule</u> solution.

Exercice 42

On appelle x le plus petit des 3 nombres. x est pair donc x s'écrit : $x = 2k$. Les nombres pairs suivants s'écrivent alors : $2k+2$ et $2k+4$.

On doit donc résoudre :

$$2k + 2k + 2 + 2k + 4 = 102$$
$$6k + 6 = 102$$
$$6k = 96$$
$$k = 16$$

→ **Les 3 nombres sont donc : 32, 34 et 36.**

Exercice 43

$a)$ $(2x-1)(3x+2)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$2x-1=0$ ou $3x+2=0$

$x=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{2}{3}$ → $\boxed{S=\left\{-\frac{2}{3};\frac{1}{2}\right\}}$

$b)$ $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x-2=0$

$x=2$ → $\boxed{S=\{2\}}$

$c)$ $5(x+1)+(x+2)(x+1)=0$

$(x+1)[5+(x+2)]=0$

$(x+1)(x+7)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$x+1=0$ ou $x+7=0$

$x=-1$ ou $x=-7$ → $\boxed{S=\{-7;-1\}}$

$d)$ $8x^2+3=0$

$8x^2=-3$

→ Cette équation n'admet pas de solution.

$e)$ $x^2-9=2(x-2)(x-3)$

$(x-3)(x+3)=2(x-2)(x-3)$

$(x-3)(x+3)-2(x-2)(x-3)=0$

$(x-3)[(x+3)-2(x-2)]=0$

$(x-3)(x+3-2x+4)=0$

$(x-3)(-x+7)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$x-3=0$ ou $-x+7=0$

$x=3$ ou $x=7$ → $\boxed{S=\{3;7\}}$

$f)$ $(x-3)(2x+5)-(x-3)(6-x)=0$

$(x-3)[(2x+5)-(6-x)]=0$

$(x-3)(2x+5-6+x)=0$

$(x-3)(3x-1)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$x-3=0$ ou $3x-1=0$

$x=3$ ou $x=\frac{1}{3}$ → $\boxed{S=\left\{\frac{1}{3};3\right\}}$

Exercice 44

1)

$$A=(2x+1)^2+(2x+1)(3-4x)$$
$$A=4x^2+4x+1+6x-8x^2+3-4x$$
$$A=-4x^2+6x+4$$

2)

$$A=(2x+1)^2+(2x+1)(3-4x)$$
$$A=(2x+1)[(2x+1)+(3-4x)]$$
$$A=(2x+1)(2x+1+3-4x)$$
$$A=(2x+1)(-2x+4)$$
$$A=-2(2x+1)(x-2)$$

3) On utilise la forme développée : $x=\sqrt{2}$: $A=-4(\sqrt{2})^2+6\sqrt{2}+4=-8+6\sqrt{2}+4=-4+6\sqrt{2}$

4) On utilise la forme factorisée : $A=-2(2x+1)(x-2)$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$2x+1=0$ ou $x-2=0$

$x=-\dfrac{1}{2}$ ou $x=2$ → $\boxed{S=\left\{-\dfrac{1}{2};2\right\}}$

Exercice 45

On appelle x le nombre auquel Anne a pensé.

Elle lui ajoute 5 : $x+5$

Elle prend le carré de la somme obtenue : $(x+5)^2$

Elle retranche ensuite 49 : $(x+5)^2-49$

Pour obtenir à la fin de son calcul 0, on doit prendre x tel que : $(x+5)^2-49=0$

$(x+5)^2-49=0$

$[(x+5)-7][(x+5)+7]=0$

$(x-2)(x+12)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$x-2=0$ ou $x+12=0$

$x=2$ ou $x=-12$

→ Parmi ces 2 solutions, seul 2 est un nombre positif.

→ **Anne doit penser au nombre 2.**

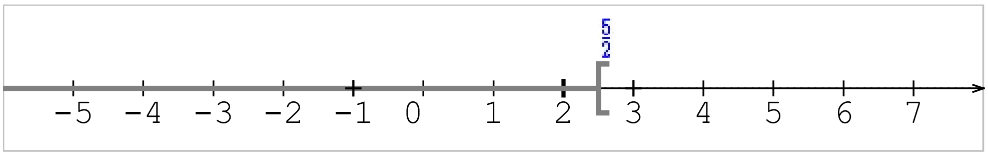
7. Inéquations

Exercice 46

$a)\ 2x-5<0$

$2x<5$

$\boxed{x<\dfrac{5}{2}}$



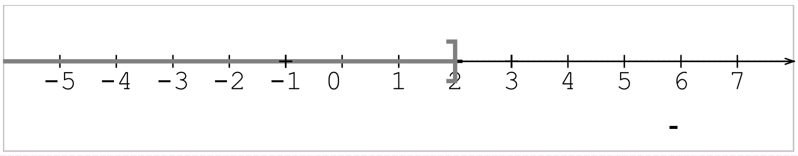
$b)\ -3x+2\geq -4$

$-3x\geq -4-2$

$-3x\geq -6$

$x\leq\dfrac{-6}{-3}$

$\boxed{x\leq 2}$



$c)\ -5x+6\leq -4+2x$

$-5x-2x\leq -4-6$

$-7x\leq -10$

$x\geq\dfrac{-10}{-7}$

$\boxed{x\geq\dfrac{10}{7}}$

$d)\ 3-2(5-t)>4(2+t)$

$3-10+2t>8+4t$

$-7+2t>8+4t$

$2t-4t>8+7$

$-2t>15$

$\boxed{t<-\dfrac{15}{2}}$

$e)\ \dfrac{1}{4}(3x-1)<\dfrac{2}{3}(x-2)$

$\dfrac{1}{4}(3x-1)\times 12<\dfrac{2}{3}(x-2)\times 12$

$3(3x-1)<8(x-2)$

$9x-3<8x-16$

$9x-8x<-16+3$

$\boxed{x<-13}$

Exercice 47

Périmètre d'un triangle équilatéral de côté a : $3a$
Périmètre d'un carré de côté $a-1$: $4(a-1)$
On veut donc que : $4(a-1) < 3a$

$4(a-1) < 3a$

$4a - 4 < 3a$

$4a - 3a < 4$

$\boxed{a < 4}$

Le côté du triangle est un nombre positif : $a > 0$.
Le côté du carré est un nombre positif : $a - 1 > 0$ soit $a > 1$.

→ **Il faut donc que le côté du triangle soit compris entre 1 et 4.**

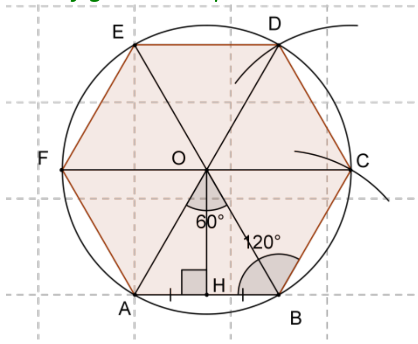
8. Rappels de résultats des années précédentes

Exercice 48

1) L'angle AOB a pour mesure : $\widehat{AOB} = \frac{360°}{6} = 60°$ **.** A et B sont sur le même cercle de centre O. Donc OA=OB ; le triangle AOB est donc isocèle en O. Les angles à sa base sont égaux et l'angle principal vaut 60°. On en déduit que : $\widehat{OAB} = \frac{180° - \widehat{AOB}}{2} = 60°$. On a : $\widehat{AOB} = \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60°$

AOB est donc un triangle équilatéral.
De même, tous les triangles MON, où M et N sont deux sommets consécutifs.
Les angles entre deux côtés consécutifs d'un hexagone régulier valent donc 120°.

La figure n'est pas à l'échelle.



Construction :

Remarque : comme OAB est équilatéral, **le rayon du cercle circonscrit vaut 3 cm.**
On construit un triangle équilatéral AOB de côté 3 cm. On trace le cercle de centre O de rayon AB. Puis en partant de B, on place sur ce cercle un point à 3 cm de B. On obtient ainsi le point C. On place ensuite le point D sur le cercle à 3 cm de C. Puis de proche en proche on construit E et F.

Aire :

On commence par calculer l'aire de OAB. Si H est le pied de la hauteur. $\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OH \times AB}{2}$

OAB est équilatéral, donc la médiane et la hauteur issue de O sont confondues on a : $AH = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$ On obtient avec le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle AHO :

$OH^2 = OA^2 - AH^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$ $\qquad$ $OH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

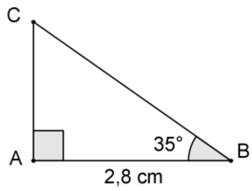
$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ $\qquad$ Aire totale : $\mathcal{A}_{ABCDEF} = 6 \times \mathcal{A}_{OAB} = 6 \times \frac{9\sqrt{3}}{4} = \boxed{\frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2}$

Exercice 49

$\hat{A}$ (arrondi au dixième de degré)	$\cos\hat{A}$ (arrondi au millième)	$\sin\hat{A}$ (arrondi au millième)	$\tan\hat{A}$ (arrondi au millième)
75°	**0,259**	**0,966**	**3,732**
32°	**0,848**	**0,530**	**0,625**
64,8°	0,426	**0,905**	**2,125**
22,8°	**0,922**	0,388	**0,420**

Exercice 50

Dans le triangle ABC rectangle en A,

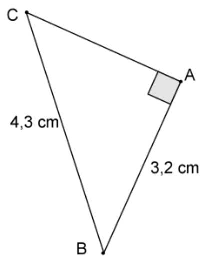


$\cos 35° = \dfrac{AB}{BC}$ $\quad BC = \dfrac{AB}{\cos 35°} = \dfrac{2,8}{\cos 35°} \approx 3,4\text{cm}$ $\quad \boxed{BC \approx 3,4\text{cm}}$

$\tan 35° = \dfrac{AC}{AB}$ $\quad AC = AB \times \tan 35° = 1,96 \approx 2,0$ $\quad \boxed{AC \approx 2,0\text{cm}}$

Remarque : pour AC, on laisse 2,0 (et non 2) pour indiquer la précision du résultat.

Exercice 51



1) Dans le triangle ABC rectangle en A,

$\boxed{\widehat{A} \approx 90°}$

$\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3,2}{4,3} \approx 0,7442$ $\quad \widehat{B} = \cos^{-1} 0,7442 \approx 41,90°$ $\quad \boxed{\widehat{B} \approx 41,9°}$

$\widehat{C} = 90° - \widehat{B}$ $\quad \widehat{C} = 90° - 41,9°$ $\quad \boxed{\widehat{C} \approx 48,1°}$

2) **Méthode 1 :** dans le triangle ABC rectangle en A, on utilise le théorème de Pythagore.

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 4,3^2 - 3,2^2 = 8,25$ $\quad \boxed{AC \approx 2,9\text{ cm}}$

Méthode 2 : dans le triangle ABC rectangle en A,

$\cos\widehat{C} = \dfrac{AC}{BC}$ $\quad AC = BC \times \cos 48,1° = 4,3 \times \cos 48,1°$ $\quad \boxed{AC \approx 2,9\text{ cm}}$

Exercice 52

On sait que : $\cos^2\hat{B} + \sin^2\hat{B} = 1$

$\sin^2\hat{B} = 1 - \cos^2\hat{B} = 1 - 0,4^2 = 0,84$

$\sin\hat{B} = \sqrt{0,84} = \sqrt{\dfrac{84}{100}} = \dfrac{2\sqrt{21}}{10} = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$

$\boxed{\sin\hat{B} = \dfrac{\sqrt{21}}{5}}$

$\tan\hat{B} = \dfrac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}} = \dfrac{\sqrt{21}}{5 \times 0,4} = \dfrac{\sqrt{21}}{2}$

$\boxed{\tan\hat{B} = \dfrac{\sqrt{21}}{2}}$

Exercice 53

Le triangle est équilatéral de côté 1. On en déduit que :

- AB=BC=1
- $\widehat{B} = 60°$
- La hauteur, la médiatrice et la bissectrice issues de A sont confondues.

Donc : $BH = \frac{1}{2}$ et $\widehat{BAH} = 30°$

Dans le triangle ABH rectangle en H on a : $\cos\widehat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{2}$ $\boxed{\cos 60° = \frac{1}{2}}$

$\cos^2\widehat{B} + \sin^2\widehat{B} = 1$ d'où : $\sin^2\widehat{B} = 1 - \cos^2\widehat{B} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\boxed{\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\tan\widehat{B} = \frac{\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{B}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ $\boxed{\tan 60° = \sqrt{3}}$

On obtient de même : $\sin\widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} = \frac{1}{2}$ $\boxed{\sin 30° = \frac{1}{2}}$

$\cos^2\widehat{BAH} = 1 - \sin^2\widehat{BAH} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\boxed{\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\tan\widehat{BAH} = \frac{\sin\widehat{BAH}}{\cos\widehat{BAH}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\boxed{\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

Exercice 54

1) Le côté le plus long est AB.

On calcule : $AB^2 = 8^2 = 64$

On calcule $AC^2 + BC^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$

$AB^2 = CB^2 + AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle C.

2) Dans le triangle ABC rectangle en C, on utilise le cosinus.

$\cos\widehat{ABC} = \frac{BC}{AB} = \frac{6,4}{8} = 0,8$ $\widehat{ABC} = \cos^{-1} 0,8 \approx 36,87°$ $\boxed{\widehat{ABC} \approx 37°}$

3) Dans le triangle CEB rectangle en E, les angles $\widehat{BCE}$ et $\widehat{EBC}$ sont complémentaires.

$\widehat{BCE} \approx 90 - 36,87 \approx 53,13°$

$\cos\widehat{BCE} = \frac{CE}{BC}$ $CE \approx BC \times \cos 53,13° \approx 3,84$

CE mesure 3,8 cm (au millimètre près).

4) ABC étant rectangle en C, (AC) et (BC) sont perpendiculaires. BFG étant rectangle en G, (FG) et (BC) sont perpendiculaires. On en déduit que (AC) et (FG) sont parallèles. On peut appliquer le théorème de Thalès dans ABC.

$\frac{BF}{BA} = \frac{FG}{AC}$ $FG = AC \times \frac{BF}{BA} = 4,8 \times \frac{2}{8} = 1,2$

FG mesure 1,2 cm (valeur exacte).

Remarque : on aurait pu utiliser les angles.

Dans le triangle BFG rectangle en G, les angles $\widehat{FBG}$ et $\widehat{BFG}$ sont complémentaires.

$\widehat{BFG} \approx 90 - 36,87 \approx 53,13°$

$\cos\widehat{BFG} = \frac{FG}{FB}$ $FG \approx FB \times \cos 53,13° \approx 1,2$

FG mesure 1,2 cm (au millimètre près).

Remarque : avec cette méthode, on ne peut pas savoir qu'il s'agit d'une valeur exacte !