COURS Pi
Enseignement privé à Distance
déclaré auprès du
RECTORAT DE PARIS

MATHÉMATIQUES

5ème

1er trimestre

v.3.1
programme 2015
édition 2016

Cours Pi – Etablissement privé hors contrat d'enseignement à distance
SARL au capital de 17 531,86 euros - RCS PARIS B 391 712 122 - APE 8559B
siège social et centre d'expédition : 11-13 rue de l'Épée de Bois, 75 005 Paris – *tél. :* 01 42 22 39 46
bureaux et accueil du public : 6 rue Saint Denis, 34 000 Montpellier – *tél. :* 04 67 34 03 00
e-mail : lescourspi@cours-pi.com – *site :* http://www.cours-pi.com

COURS Pi

Guide de méthodologie

L'auteur

Sylvie Lamy
Agrégée de Mathématiques
Diplômée de l'École Polytechnique

Présentation

Ce **Cours** est divisé en **3 trimestres** dont le sommaire est donné en début de fascicule.
Chaque trimestre comprend :

- ✓ le Cours,
- ✓ des exercices d'application et d'entraînement,
- ✓ les corrigés-types de ces exercices,
- ✓ des devoirs soumis à correction (et ***se trouvant hors fascicule***). Le professeur de votre enfant vous renverra le corrigé-type de chaque devoir après correction de ce dernier.

Pour une manipulation plus facile, les corrigés-types des exercices d'application et d'entraînement sont regroupés en fin de fascicule et imprimés sur **papier de couleur**.

Important !	Ce Cours requiert le **téléchargement de fichiers informatiques** conçus par l'auteur des *Cours Pi* et qui seront indispensables à l'élève. Vous les trouverez à l'adresse suivante : ***http://cours-pi.com/ressources*** N'hésitez pas à contacter votre référente administrative pour toute aide qui s'avèrerait nécessaire.

Conseils à l'élève

Vous disposez d'un support de Cours complet : **prenez le temps** de bien le lire, de le comprendre mais surtout de l'**assimiler**. Vous disposez pour cela d'exemples donnés dans le cours et d'« exercices types » corrigés.

Vous pouvez rester un peu plus longtemps sur une unité mais travaillez régulièrement.

Conventions de lecture du Cours :

- Les encadrés droits correspondent à des définitions ou à des résultats importants qu'il faut connaître. Par exemple :

On appelle **somme** le résultat d'une **addition.**

- Les encadrés arrondis correspondent à des conseils méthodologiques. Par exemple :

Méthode

On commence par chercher s'il existe un facteur commun (celui-ci doit apparaître…

Bon courage !

Les fournitures et outils numériques

Vous devez posséder :

✓ pour la géométrie : une règle graduée, une équerre, un compas et des crayons papier **bien taillés**.

✓ une **calculatrice scientifique pour le collège** (CASIO ou TEXAS). N'utilisez pas de calculatrice quelconque car elle risque de ne pas fonctionner de la même manière que les calculatrices scientifiques.

La réforme des programmes donne une part plus importante aux outils numériques. Il est donc nécessaire de disposer d'un **ordinateur**, et recommandé d'avoir les moyens d'imprimer.

Voilà les logiciels qui seront utiles cette année :

✓ le **logiciel « GeoGebra »**, logiciel de géométrie introduit dès la classe de 6ème. Il n'y aura pas de construction imposée sur Geogebra, mais il est conseillé de vous familiariser avec lui, ou de continuer à l'utiliser. Il est téléchargeable gratuitement – *https://www.geogebra.org/download*

✓ le **logiciel « Scratch »**, logiciel d'initiation à la programmation permettant de faire des animations. Il est téléchargeable gratuitement, par exemple à cette adresse : *https://scratch.mit.edu/scratch2download/*

Remarque : il faut également installer Adobe Air (gratuit) – *https://get.adobe.com/fr/air/*

✓ un **tableur**, comme **Excel** de Microsoft ou **OpenOfficeCalc**, proposé par Open Office. Ce dernier est téléchargeable gratuitement – *https://www.openoffice.org/fr/Telecharger/*

Les devoirs

Les devoirs constituent le moyen d'évaluer l'acquisition de vos *savoirs* (Ai-je assimilé les notions correspondantes ?) et de vos *savoir-faire* (Est-ce que je sais expliquer, justifier, conclure ?).
Pour cette raison :

N'appelez pas votre professeur si vous ne savez pas faire un exercice !

Cela peut arriver, comme tout élève en classe ! Mais si, après avoir reçu la correction, un exercice continue à vous poser problème, **n'hésitez pas à le faire** !

Même si vous avez obtenu une bonne note, lisez attentivement les remarques du professeur et le corrigé (la correction peut éventuellement proposer une autre méthode que celle que vous avez utilisée).

Voici maintenant quelques conseils pour composer vos devoirs…

- ✓ Utilisez des copies doubles grand format (pour y insérer par la suite l'énoncé et le corrigé).
- ✓ Présentez la copie correctement (nom, prénom, classe, matière, numéro de devoir doivent figurer sur chaque copie pour éviter toute erreur ou perte). Laissez de l'espace pour le correcteur.
- ✓ Lisez bien attentivement les énoncés et soyez attentifs à bien recopier les valeurs données.
- ✓ Faites les exercices dans l'ordre. Si une question n'est pas faite, il faut l'indiquer sur la copie. Si la question est faite directement sur l'énoncé, il faut également l'indiquer.
- ✓ Faites attention à l'orthographe !
- ✓ **Justifiez** vos réponses <u>même si l'énoncé ne le précise pas</u>.
- ✓ **Soignez vos figures.** Il est conseillé de faire les figures sur une feuille blanche, que vous découperez et collerez. Cela permet de refaire une figure ratée en laissant sa copie propre !
- ✓ Mettez en valeur vos résultats (ce n'est pas au correcteur de chercher où sont les réponses !) et répondez dès que possible aux questions **en faisant des phrases complètes**. **Un lecteur n'ayant pas lu l'énoncé doit pouvoir comprendre votre copie** !
- ✓ **Vérifiez la cohérence** de vos résultats.
- ✓ **Détaillez les calculs** (remarque : on ne met pas d'unités dans une ligne d'opération, mais seulement dans la conclusion !).
- ✓ Évitez d'utiliser la calculatrice en mathématiques, lorsque l'opération peut se faire sans son aide.
- ✓ **Utilisez correctement les notations mathématiques** : une mauvaise notation rend un raisonnement faux !

Cela fait beaucoup de conseils mais cela devrait vite devenir naturel.

Rappelez-vous que la présentation et la rédaction comptent dans les notes d'examen. Alors, prenez de bonnes habitudes!

Il est important que votre enfant puisse tenir compte des remarques, appréciations et conseils du professeur correcteur. Pour cela, il est très important d'envoyer les devoirs *au fur et à mesure* et non groupés. C'est ainsi qu'il progressera…

Les Cours Pi

Dès qu'un devoir est rédigé, envoyez-le aux *Cours Pi* :

6 rue Saint-Denis - 34000 MONTPELLIER

Vous prendrez soin de joindre :
- ✓ Le **texte du devoir**.
- ✓ Une **grande enveloppe libellée à vos nom et adresse**, et **affranchie au tarif en vigueur**.

Sommaire

Mathématiques 5ème

Ce Cours de Mathématiques 5ème est **strictement conforme** aux tout derniers programmes issus de la **réforme du Collège applicable à la rentrée 2016** – *Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015*.
Désormais, la classe de Cinquième est la 1ère du cycle 4 (5ème, 4ème, 3ème), cycle des approfondissements.
Le programme de Mathématiques qui sera vu tout au long de ces trois années est « structuré en quatre thèmes classiques : nombres et calculs ; organisation et gestion de données, fonctions ; grandeurs et mesures ; espace et géométrie. En outre, un enseignement de l'informatique est dispensé (…) ».

En Cinquième et en Quatrième, les élèves approfondiront les « notions et concepts qu'ils ont déjà abordés » :

- ✓ **pourcentages**, mise en place des premiers **outils statistiques**, **repérage sur une droite ou un plan**
- ✓ calcul sur les **nombres relatifs entiers et décimaux**, **calcul littéral** (initiation)
- ✓ **représentations de figures de l'espace**, **étude des symétries**
- ✓ **calculs d'aires et de volumes**

Lors de l'utilisation du logiciel Scratch, nous avons décidé de vous présenter sa **version anglaise** afin de **favoriser l'interdisciplinarité** – comme voulu par le Ministère de l'Education nationale – et afin de **sensibiliser l'élève au « véritable » langage informatique dominé par la langue anglaise**.
Toutefois, son développement en classe de 3ème se fera, lui, en Français, afin de mettre les élèves dans les meilleures conditions pour le Brevet des Collèges où les constructions et consignes sont présentées en Français.

1er trimestre

2ème trimestre

Fractions, proportionnalité

1. **Fractions**
   - A) Notions de fractions
   - B) Quotients égaux
   - C) Comparaison de deux fractions
   - D) Additions et soustractions de fractions
   - E) Multiplications de fractions

   Devoir n°7

2. **Proportionnalité**
   - A) Grandeurs proportionnelles
   - B) Quatrième proportionnelle
   - C) Pourcentages
   - D) Echelles
   - E) Mouvement uniforme, vitesse

   Devoirs n°8 & n°9

Géométrie

3. **Symétrie centrale**
   - A) Symétrique d'un point par rapport à un autre point, symétrie centrale
   - B) Symétriques des figures usuelles dans une symétrie centrale
   - C) Centre de symétrie d'une figure

   Devoir n°10

4. **Parallélogrammes et parallélogrammes particuliers**
   - A) Parallélogrammes
   - B) Rectangles, losanges et carrés

   Devoirs n°11 & n°12

3ème trimestre

Nombres relatifs

1. **Nombres relatifs, repérage dans le plan**
   - A) Notion de nombres relatifs
   - B) Comparaison de nombres relatifs
   - C) Repérage dans le plan

   Devoir n°13

2. **Opérations sur les nombres relatifs**
   - A) Additions de deux nombres relatifs
   - B) Soustractions de deux nombres relatifs
   - C) Somme algébrique
   - D) Application à la programmation d'un emplacement

   Devoir n°14

Géométrie

3. **Périmètres, aires et volumes**
   - A) Périmètre
   - B) Aires
   - C) Volumes

   Devoir n°15

4. **Prismes droits et cylindres de révolution**
   - A) Prismes droits
   - B) Cylindres de révolution

   Devoir n°16

Traitement des données

5. **Représentation et traitement des données**
   - A) Effectifs, fréquences
   - B) Diagrammes
   - C) Traitement d'une série statistique
   - D) Utilisation d'un tableur pour le traitement des données

   Devoirs n°17 & n°18

CALCUL NUMÉRIQUE, CALCUL LITTÉRAL

1. Calcul numérique

A) OPERATIONS (RAPPELS)

1) Additions

On appelle **somme** le résultat d'une **addition**. Les nombres qui sont additionnés sont les **termes** de l'addition.

Exemple : on considère l'addition : $15,6+12,3$
Les termes de cette addition sont les nombres 15,6 et 12,3.
La somme de 15,6 et 12,3 est 27,9 (car $15,6+12,3=27,9$).

A vous de jouer ! 1

$15+4+9$ est une .... qui comporte 3 ....

La .... de 33 et 12 est 45.

Propriétés de l'addition :

La somme ne change pas si on change l'ordre des termes de l'addition $a+b=b+a$
La somme ne change pas si on regroupe des termes.

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

Application : **si une addition comprend plus de deux termes, on peut la réorganiser afin de faciliter les calculs.**

Exemple : on considère l'addition : $15,6+12,3+0,4$

$$\begin{aligned} 15,6+12,3+0,4 &= 15,6+0,4+12,3 \\ &= (15,6+0,4)+12,3 \\ &= 16+12,3 \\ &= 28,3 \end{aligned}$$

A vous de jouer ! 2

$0,5+1,4+2,5+0,6=(0,5+\ldots\ldots)+(1,4+\ldots\ldots)=\ldots\ldots+\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots\ldots$

$27+14+13+12+6=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)+(\ldots\ldots+\ldots\ldots)+\ldots\ldots=\ldots\ldots+\ldots\ldots+\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots\ldots$

➢ Si une addition est donnée avec des parenthèses, on commence généralement par calculer les sommes entre les parenthèses, sauf si des regroupements plus judicieux sont évidents.

Exemples : $(3+5)+6=8+6=14$
$3+(7+6)=(3+7)+6=16$

2) Soustractions

On appelle **différence** le résultat d'une **soustraction**. Les nombres qui figurent dans la soustraction sont les **termes** de la soustraction.

On s'intéressera dans ce Cours aux soustractions comprenant 2 termes.

➢ Dans une soustraction le premier terme est plus grand que le second.

Exemple : on considère la soustraction : $15,6-12,3$
Les termes de cette soustraction sont les nombres 15,6 et 12,3.
La différence de 15,6 et 12,3 est 3,3 (car $15,6-12,3=3,3$).

3

$\boxed{\dots}$: il faut mettre un signe d'opération.

La .... de 18 et 5 est 13 car : ....$\boxed{\dots}$......... = ...

La .... de 18 et 5 est 23 car : ....$\boxed{\dots}$......... = ...

➢ **Les propriétés vues pour l'addition ne sont pas valables pour les soustractions. En particulier, on ne peut pas changer l'ordre des termes.** Il faut donc être vigilant quand une ligne d'opérations comprend des signes −.

3) Multiplications

On appelle **produit** le résultat d'une **multiplication**. Les nombres qui sont multipliés sont les **facteurs** de la multiplication.

Exemple : on considère la multiplication : $31,6\times 2,3$
Les facteurs de cette multiplication sont les nombres 31,6 et 2,3.
Le produit de 31,6 et 2,3 est 72,68 (car $31,6\times 2,3=72,68$).

4

$4\times 2\times 8$ est une .... qui comporte 3 ....

Le résultat de cette opération vaut ....

.... est donc le .... des nombres 4 , 2 et 8.

Multiplier un nombre décimal par 10, 100, 1000…

- On décale la virgule vers la droite de 1 chiffre pour 10, de 2 chiffres pour 100, de 3 chiffres pour 1 000… en ajoutant s'il le faut des 0.

Exemple :
$1,63\times 10=16,3 \quad 1,63\times 100=163 \quad 1,63\times 1\,000=1\,630$

➢ **Application : multiplication par un nombre se finissant par un ou plusieurs 0 :** on multiplie les nombres sans s'occuper des « 0 ». On déplace la virgule vers la droite du nombre de « 0 » des facteurs.

Exemple :
$32\times 2\underline{0}=32\times 2\times 10=64\times 10=64\underline{0}$
Cela revient à faire $32\times 2=64$ puis à multiplier par 10.
$42\underline{0}\times 2\underline{00}=42\times 10\times 2\times 100=84\times 1000=84\underline{000}$
Cela revient faire $42\times 2=84$ puis à multiplier par 1000.

5

$23\times 100=$ ……… $\quad 0,012\times 100=$ ……… $\quad 1,02\times 1000=$ ……… $\quad 11,523\times 100=$ ………

$5\times 20=$ ……… $\quad 6\times 300=$ ……… $\quad 8\times 40=$ ……… $\quad 30\times 400=$ ………

Multiplier un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001…

On décale la virgule vers la gauche de 1 chiffre pour 0,1 ; de 2 chiffres pour 0,01 ; de 3 chiffres pour 0,001 en ajoutant éventuellement des 0.

Exemple :
$16,3\times 0,1=1,63 \quad 16,3\times 0,01=0,163 \quad 16,3\times\times 0,001=0,01\,63$

➢ **Application à la multiplication de nombres décimaux simples :** on multiplie les nombres sans s'occuper de la virgule. On déplace la virgule vers la gauche du nombre de décimales des facteurs.

Exemple :
$0,4\times 0,2=4\times 0,1\times 2\times 0,1=8\times 0,01=0,08$
Cela revient à faire $4\times 2=8$.
0,4 et 0,2 ont chacun 1 décimale ; il faut donc déplacer la virgule de 2 chiffres vers la gauche.
$2,5\times 0,4=25\times 0,1\times 4\times 0,1=100\times 0,01=1$

6

$23\times 0,01=$ ……… $\quad 205\times 0,1=$ ……… $\quad 1,03\times 0,01=$ ……… $\quad 102\times 0,001=$ ………

$5\times 0,2=$ ……… $\quad 6\times 0,03=$ ……… $\quad 0,9\times 0,02=$ ……… $\quad 30\times 0,5=$ ………

Le produit ne change pas si on change l'ordre des facteurs de la multiplication.

$$a \times b = b \times a$$

Le produit ne change pas si on regroupe des facteurs.

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

- ✓ Application : si une multiplication comprend plus de 2 termes, on peut la réorganiser afin de faciliter les calculs.

Le produit ne change pas si on décompose un facteur en un produit de facteurs.

Si $b = c \times d$, $a \times b = a \times c \times d$

Exemple :

$1,6 \times 12,3 = 12,3 \times 1,6 = 19,68$

$5 \times 1,6 \times 2 = 5 \times 2 \times 1,6 = (5 \times 2) \times 1,6 = 10 \times 1,6 = 16$

$65 \times 6 = 13 \times 5 \times 3 \times 2 = (13 \times 3) \times (5 \times 2) = 39 \times 10 = 390$

7

On doit réarranger les multiplications pour simplifier les calculs.

$4 \times 13 \times 25 = (4 \times ......) \times ...... = 100 \times ...... = ...$

$0,5 \times 12 \times 8 = 0,5 \times (2 \times ......) \times 8 = (0,5 \times ......) \times ...... \times ...... = ... \times ...... \times ...... = ...$

$5 \times 125 \times 20 \times 8 = (5 \times ......) \times (125 \times ......) = ... \times .... = ...$

Lorsqu'on multiplie un nombre par 0, le produit est nul :

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

Lorsqu'on multiplie un nombre par 1, le produit est ce nombre :

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

4) Divisions

On appelle **quotient** le résultat d'une **division**. Le nombre qui est divisé s'appelle le **dividende** ; le nombre par lequel on divise est le **diviseur**.

Un quotient peut se noter sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$.

Exemple : on considère la division $15:2$.
15 est le dividende ; 2 est le diviseur.
Le quotient (exact) de 15 par 2 est 7,5 (car $15:2 = 7,5$).

Ce quotient peut se noter : $\frac{15}{2}$

Remarque : $(15:2)$ est une opération ; $\frac{15}{2}$ est un nombre.

- Lorsque la division « tombe juste », on dit que le quotient est **exact**. Ce quotient est alors un nombre décimal.
- On ne peut jamais diviser par 0.
- **Les propriétés valables pour la multiplication ne sont pas valables pour la division : en particulier on ne peut pas changer l'ordre des termes.**

8

On considère l'opération effectuée suivante : $53:5=10,6$

Dans cette division, le .... est 53, le .... est 5 et le ....est 10,6.

10,6 peut s'écrire sous forme fractionnaire : $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

Diviser un nombre décimal par 10, 100, 1 000…

On décale la virgule vers la gauche de 1 chiffre pour 10, de 2 chiffres pour 100, de 3 chiffres pour 1 000 (…) en ajoutant s'il le faut des 0.

Exemple :
$16,3:10=1,63 \quad 16,3:100=0,163 \quad 16,3:1\,000=0,0163$

Remarque : diviser un nombre par 10 revient à le multiplier par 0,1 ; le diviser par 100 revient à le multiplier par 0,01…

9

$23:10=\ldots\ldots\ldots\ldots$ $205:100=\ldots\ldots\ldots\ldots$ $1,03:100=\ldots\ldots\ldots\ldots$

$0,5:10=\ldots\ldots\ldots\ldots$ $6,12:1000=\ldots\ldots\ldots\ldots$ $0,09:100=\ldots\ldots\ldots\ldots$

Diviser un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001…

On décale la virgule vers la droite de 1 chiffre pour 0,1 ; de 2 chiffres pour 0,01 ; de 3 chiffres pour 0,001 en ajoutant éventuellement des 0.

Exemple : $1,63:0,1=16,3 \quad 1,63:0,01=163 \quad 1,63:0,001=1\,630$

Remarque : diviser un nombre par 0,1 revient à le multiplier par 10 ; le diviser par 0,01 revient à le multiplier par 100…

10

$2,3:0,01=$ .... $40,4:0,1=$ .... $21:0,01=$ ....

$0,0014:0,001=$ .... $6:0,01=$ .... $0,09:0,1=$ ....

5) Ordre de grandeur d'une opération

Arrondir un nombre consiste à le remplacer par le nombre le plus proche à une précision déterminée.

Exemple :
Arrondir à l'unité 238,658 consiste à trouver l'entier le plus proche : c'est 239.
Arrondir à la dizaine 238,658 consiste à trouver l'entier finissant par 0 le plus proche : c'est 240.
Comment arrondir 6,5 à l'unité ? On arrondit alors à l'**unité supérieure la plus proche**, donc 7.

Obtenir l'ordre de grandeur d'un résultat
1) On remplace chaque terme par un **arrondi** (à l'unité, la dizaine….).
2) On effectue l'opération avec ces arrondis.

- **L'ordre de grandeur** d'un résultat permet :
  - ✓ de contrôler que le calcul exact est plausible,
  - ✓ d'avoir une idée du résultat sans faire de calcul complet.

- Pour une somme ou une différence, tous les termes doivent être arrondis avec la même précision (cette précision ne doit pas être trop grande, sinon le calcul se fait difficilement de tête, ni trop petite, pour que l'ordre de grandeur ait un sens). Généralement, on garde 2 ou 3 chiffres significatifs.

- Lorsque l'opération comporte beaucoup de termes, des multiplications ou des divisions, les erreurs d'arrondis peuvent se cumuler. On peut donc avoir un ordre de grandeur d'un résultat éloigné de la valeur exacte.

Exemples :
1 On souhaite calculer une valeur approchée de la somme $238,658+14,2631$.
Calcul d'un ordre de grandeur avec des valeurs approchées à l'unité :
On remplace chaque terme par son arrondi à l'unité.

$$238,658 \quad + \quad 14,2631$$
$$239 \quad + \quad 14 \quad = \quad 253$$

On peut également calculer un ordre de grandeur avec des valeurs approchées à la dizaine :

$$238,658 \quad + \quad 14,2631$$
$$240 \quad + \quad 10 \quad = \quad 250$$

Remarque : le résultat exact est 252,9211.

❷ On souhaite calculer une valeur approchée de la différence $238,658 - 14,2631$.

Calcul d'un ordre de grandeur avec des valeurs approchées à l'unité :

$$\begin{array}{ccccc} 238,658 & - & 14,2631 & & \\ 239 & - & 14 & = & 225 \end{array}$$

On peut également calculer un ordre de grandeur avec des valeurs approchées à la dizaine :

$$\begin{array}{ccccc} 238,658 & - & 14,2631 & & \\ 240 & - & 10 & = & 230 \end{array}$$

Remarque : le résultat exact est 224,3949.

A vous de jouer ! 11

Trouver un ordre de grandeur du résultat :

arrondir à la centaine : $3582 + 687 \approx$ .... + ... $\approx$ ....

arrondir à l'unité : $58,35 + 6,87 \approx$ .... + ... $\approx$ ....

arrondir au millier : $66875 - 5623 \approx$ .... − .... $\approx$ ....

arrondir au dixième : $9,714 - 1,54 \approx$ .... − .... $\approx$ ....

EXERCICES

Exercice 1

1) Effectuer les opérations suivantes en posant les opérations et vérifier les résultats avec les ordres de grandeur.

$$52,412 + 3,84 \qquad 0,698 + 5 + 21,02 \qquad 16,52 - 8,941$$

2) Effectuer les opérations suivantes en posant les opérations.

$$7,32 \times 3,8 \qquad 5,46 : 3,5$$

Exercice 2

1) Calculer les sommes suivantes sans poser les opérations en faisant des regroupements astucieux.

$$12\,996 + 570 + 4 + 30 \qquad 5,8 + 0,7 + 0,2 + 12,3 \qquad 25,8 + (3,2 + 12,6) + (0,4 + 1,7)$$

2) Calculer les produits suivants sans poser les opérations, en les réorganisant de manière astucieuse et en n'utilisant que des multiplications.

$$12 \times 5 \times 9 \qquad 25 \times 34 \times 4 \qquad 8 \times 10 \times 3 \times 5$$

B) ENCHAINEMENT DES OPERATIONS

Ce paragraphe est important. L'ordre des opérations peut influer sur le résultat ! C'est pour cette raison qu'il faut utiliser les calculatrices scientifiques qui appliquent les règles de calcul ci-dessous.

1) Opérations sans parenthèses

Si la ligne ne comporte que des additions et des soustractions, on effectue successivement les opérations de gauche à droite.

Exemple

$$\begin{aligned} A &= 25+10-6+8-15 \\ &= 35 \quad -6+8-15 \\ &= 29 \quad +8-15 \\ &= 37 \quad -15 \\ &= 22 \end{aligned}$$

12

$A = \underbrace{12+5}-6+7-8$

$A = \underbrace{\ldots\ldots\ldots-6}+7-8$

$A = \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+7}-8$

$A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots-8$

$A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B = 2,3+3-1,2-2$

$B = \ldots\ldots\ldots\ldots-1,2-2$

$B = \ldots\ldots\ldots\ldots-2$

$B = \ldots\ldots\ldots\ldots$

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Si la ligne comporte des additions et/ou des soustractions, ainsi que des multiplications et/ou les divisions, **on effectue d'abord les multiplications et les divisions**. Puis on effectue les additions et soustractions.

Exemple

$A = 3\times5+10-2\times6+8$

$= 15+10-12+8$ On a effectué en premier les 2 multiplications.

$= 25 \quad -12+8$ On utilise pour finir la méthode précédente.

$= 13 \quad +8$

$= 21$

13

1) Si une ligne d'opérations contient des additions et des multiplications, on effectue d'abord les .... car la .... est prioritaire sur ....

2) Si une ligne d'opérations contient des additions et des divisions, on effectue d'abord les .... car la .... est prioritaire sur ....

14

$A = 4 + 2 \times 5 - 7$

On doit d'abord effectuer ....

$A = 4 + ... - 7$

$A =$ ....

$A =$ ....

$B = 16 : 4 - 2 \times 1,5$

On doit d'abord effectuer .... et ....

$B =$ .... $-$ ....

$B =$ ....

$C = 2 \times 2,5 + 1,5 \times 3 - 2$

$C =$ .... $+$ .... $-$ ....

$C =$ .... $-$ ....

$C =$ ....

$D = 3 + 2 \times 2 - 6 : 3$

$D =$ ....

$D =$ ....

$D =$ ....

2) Opérations avec des parenthèses

Lorsqu'une opération comprend des parenthèses, on calcule d'abord ce qu'il y a entre parenthèses avec les règles précédentes.

➢ Lorsqu'il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on emploie également des crochets. On commence par calculer les parenthèses les plus intérieures.

Exemples

$$\begin{aligned} C &= 3 + 2 \times (3 \times 4 + 2) - 10 \\ &= 3 + 2 \times (12 + 2) \quad - 10 \\ &= 3 + 2 \times 14 \quad - 10 \\ &= 3 + 28 - 10 \\ &= 31 - 10 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 10 + 3 \times [3 + 3 \times (2 \times 6 + 8)] \\ &= 10 + 3 \times [3 + 3 \times (12 + 8)] \\ &= 10 + 3 \times (3 + 3 \times 20) \\ &= 10 + 3 \times (3 + 60) \\ &= 10 + 3 \times 63 \\ &= 10 + 189 \\ &= 199 \end{aligned}$$

A vous de jouer ! **15**

$A = 4 + 2 \times (2+5)$ On doit d'abord effectuer ....

$A = 4 + ... \times ......$

$A = 4 + ...$

$A = ...$

$B = 4 \times (3 \times 2 - 4) + 2 \times 6$ On doit d'abord effectuer ....

$B = 4 \times (........ - ....) + ... \times ....$

$B = ... \times .... + ... \times ....$ On doit d'abord effectuer .... et ....

$B = ...$

$B = ...$

$C = 4 + 2 \times (3 + 2 \times 5 - 4) + 3 \times 5$

$C = 4 + 2 \times (........................) + 3 \times 5$

$C = ... + 2 \times .... + 3 \times 5$

$C = ... + ... + ...$

$C = ...$

➢ **Remarque importante :** certaines parenthèses sont inutiles (par exemple lorsqu'on a uniquement des additions, ou qu'un terme d'une addition ne comporte que des multiplications), mais d'autres sont indispensables !

Exemples

$A = 3 + 2 + (3+4) = 3 + 2 + 3 + 4 = 12$

Les parenthèses sont inutiles car $a + (b + c) = a + b + c$

$B = 3 + 2 \times (3 \times 4) = 3 + 2 \times 3 \times 4 = 27$

Les parenthèses sont inutiles car $a \times (b \times c) = a \times b \times c$.

$C = 10 - (5+4) = 10 - 9 = 1$

$C' = 10 - 5 + 4 = 5 + 4 = 9$

Les parenthèses sont indispensables !

$D = 3 + 2 \times (3+4) = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$

$D' = 3 + 2 \times 3 + 4 = 3 + 6 + 4 = 13$

Les parenthèses sont indispensables !

A vous de jouer ! 16

Compléter avec « = » ou « ≠ ».

$A=(3+4)+1$; $A'=3+4+1$ $\quad A.................A'$

$B=4+(2\times5)$; $B'=4+2\times5$ $\quad B.................B'$

$C=(4+2)\times5$; $C'=4+2\times5$ $\quad C.................C'$

$D=(8+1)+2\times(1+3)+(4\times2)$; $D'=8+1+2\times(1+3)+4\times2$; $D''=8+1+2\times1+3+4\times2$

$D.................D'$ $\qquad D.................D''$

EXERCICES

Exercice 3

Calculer :

$A=35,2-10-3,6+8$

$B=1,2\times2+9,8-3\times1,4-0,5$

$C=5,8+2\times(1,3\times3-2\times0,5)-1,4$

$D=(2+3\times5)\times(9-5)-2\times[12-2\times(2\times1,1-0,7)]$

$E=(10-8:2)\times(8-6:2)-20:(5-1)$

Exercice 4

Supprimer les parenthèses inutiles puis calculer.

$$F=(15+6)+3\times(3+2)+[(2\times5)+(1+3)]-2\times[2+(3\times4)]-5\,.$$

Exercice 5

Clémentine a acheté 1 plat à 12€, 6 assiettes à 2,50€ l’unité et 4 bols à 1,10€ l’unité.

1) Écrire l’expression permettant de calculer ce qu’elle a dépensé.
2) Calculer cette dépense.

C) DISTRIBUTIVITE

La multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

$$\boldsymbol{k\times(a+b)=k\times a+k\times b \qquad k\times(a-b)=k\times a-k\times b}$$

- $k\times(a+b)$ et $k\times(a-b)$ sont les **expressions factorisées** (il s'agit d'un produit).
- $k\times a+k\times b$ et $k\times a-k\times b$ sont les **expressions développées** (il s'agit respectivement d'une somme et d'une différence).

- **Développer** consiste à passer d'une expression factorisée à une expression développée.
- **Factoriser** consiste à passer d'une expression développée à une expression factorisée.

17

Compléter avec les nombres manquants, puis la phrase avec le mot *factorisé* ou le mot *développé*.

$A=2\times(3+4)=2\times......+2\times......$ On a ....

$B=3\times(5-2)=3\times......-......\times......$ On a ....

$C=6\times1,2+6\times2=6\times(......+......)$ On a ....

Remarques sur les développements :

- Quand on a développé, il n'y a plus de parenthèses.

$k\times(a+b)=k\times a+k\times b \qquad k\times(a-b)=k\times a-k\times b$ Les parenthèses ont disparu !

- Le signe à l'intérieur de la parenthèse se retrouve dans l'expression développée :

$k\times(a\boxed{+}b)=k\times a\boxed{+}k\times b \qquad k\times(a\boxed{-}b)=k\times a\boxed{-}k\times b$ On doit rerouver le même signe !

18

Développer et calculer :

$A=5\times(0,2+3)=5\times...+...\times...=......+......=......$

$B=3\times(9-4)=...\times...-...\times...=...... \quad ... \quad ......=......$

Calculer directement et comparer avec les calculs précédents :

$A=5\times(0,2+3)=5\times......=......$ $B=3\times(9-4)=......\times......=......$

Remarques sur les factorisations :

- Dans $\underline{k} \times a + \underline{k} \times b$ et $\underline{k} \times a - \underline{k} \times b$, k est un **facteur commun**.

  Pour factoriser, il faut donc chercher un facteur commun.

  Dans une factorisation, le signe + ou – de l'expression initiale doit se retrouver dans la parenthèse :

  $$\underline{k} \times a \boxed{+} \underline{k} \times b = k \times (a \boxed{+} b) \qquad \underline{k} \times a \boxed{-} \underline{k} \times b = k \times (a \boxed{-} b)$$

Factorisation pas à pas de $A = 4,2 \times 1,3 + 4,2 \times 0,7$

- On souligne le facteur commun : ici 4,2 est un facteur commun.

  $A = \underline{4,2} \times 1,3 + \underline{4,2} \times 0,7$
- On écrit le facteur commun et on ouvre les parenthèses :

  $A = \underline{4,2} \times 1,3 + \underline{4,2} \times 0,7 = 4,2 \times (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$
- On met le signe de l'opération :

  $A = \underline{4,2} \times 1,3 \boxed{+} \underline{4,2} \times 0,7 = 4,2 \times (\ldots\ldots\ldots \boxed{+} \ldots\ldots\ldots)$
- On complète la parenthèse en plaçant les nombres qui ne sont pas facteurs communs.

  $A = \underline{4,2} \times 1,3 + \underline{4,2} \times 0,7 = 4,2 \times (1,3 + 0,7)$

Remarque importante : $a \times b + a = a \times b + a \times 1 = a \times (b+1)$

De même : $a \times b - a = a \times b - a \times 1 = a \times (b-1)$

Exemples: $1,5 \times 3 + 1,5 = 1,5 \times (3+1)$ $\qquad$ $1,5 \times 3 - 1,5 = 1,5 \times (3-1)$

19

Factoriser (en soulignant le facteur commun) puis calculer :

$A = 5 \times 6 + 5 \times 2 = 5 \times (\ldots\ldots \boxed{\ldots} \ldots\ldots) = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B = 2,5 \times 3 + 2,5 \times 7 = \ldots\ldots \times (\ldots\ldots \boxed{\ldots} \ldots\ldots) = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$C = 3 \times 4,5 - 2,5 \times 3 = \ldots\ldots \times (\ldots\ldots \boxed{\ldots} \ldots\ldots) = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = 3,4 + 3,4 \times 9 = \ldots\ldots \times (\ldots\ldots \boxed{\ldots} \ldots\ldots) = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Application au calcul mental

Dans le « *A vous de jouer* » précédent, vous avez pu remarquer que la factorisation simplifie certains calculs. Le développement peut également être utilisé en calcul mental.

Exemples :

En utilisant un développement :

$15 \times 12 = 15 \times (10+2) = 15 \times 10 + 15 \times 2 = 150 + 30 = 180$

$15 \times 19 = 15 \times (20-1) = 15 \times 20 - 15 = 300 - 15 = 285$

En utilisant une factorisation :

$15 \times 0,95 + 15 \times 0,05 = 15 \times (0,95 + 0,05) = 15 \times 1 = 15$

A vous de jouer ! **20**

$A = 25\times 41 = 25\times(\ldots\ldots+\ldots\ldots) = 25\times\ldots\ldots+\ldots\ldots\times\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots+\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$B = 2,5\times 38 = 2,5\times(40 \quad - \quad \ldots\ldots) = \ldots\ldots\times\ldots\ldots\boxed{\ldots}\ldots\ldots\times\ldots\ldots = \ldots\ldots\boxed{\ldots}\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

> ➤ Le facteur commun est parfois « caché » : il faut le faire apparaître !
>
> *Exemples :*
>
> $5\times 1,6+0,5\times 4 = \underline{5}\times 1,6+\underline{5}\times 0,1\times 4 = \underline{5}\times 1,6+\underline{5}\times 0,4 = 5\times(1,6+0,4) = 5\times 2 = 10$
>
> $84\times 4-42\times 7 = \underline{42}\times 2\times 4-\underline{42}\times 7 = \underline{42}\times 8-\underline{42}\times 7 = 42\times(8-7) = 42\times 1 = 42$

A vous de jouer ! **21**

Calculer en utilisant une factorisation (on a souligné le facteur commun) :

$A = 0,24\times 8+\underline{2,4}\times 0,2 = 2,4\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots+2,4\times\ldots\ldots = 2,4\times(\ldots\ldots+\ldots\ldots) = \ldots\ldots\times\ldots\ldots = \ldots\ldots$

$B = \underline{36}\times 6+72\times 2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\times(\ldots\ldots+\ldots\ldots) = \ldots\ldots\times\ldots\ldots = \ldots\ldots$

EXERCICES

Exercice 6

Calculer de deux manières différentes selon l'exemple :

$A = 5\times(8-3)$	$A = 5\times 5 = 25$	$A = 5\times 8-5\times 3 = 40-15 = 25$
$B = 3,5\times(6-4)$		
$C = 15\times(10+4)$		
$D = 12\times(6+8-3)$		

Exercice 7

Calculer de manière astucieuse en utilisant une factorisation ou plusieurs factorisations.

$A = 11\times 3+6\times 11+11$

$B = 1,5\times 17-15\times 0,7$

$C = 2,3\times 6+2,3\times 8-0,3\times 14$

Composez maintenant le devoir n°1